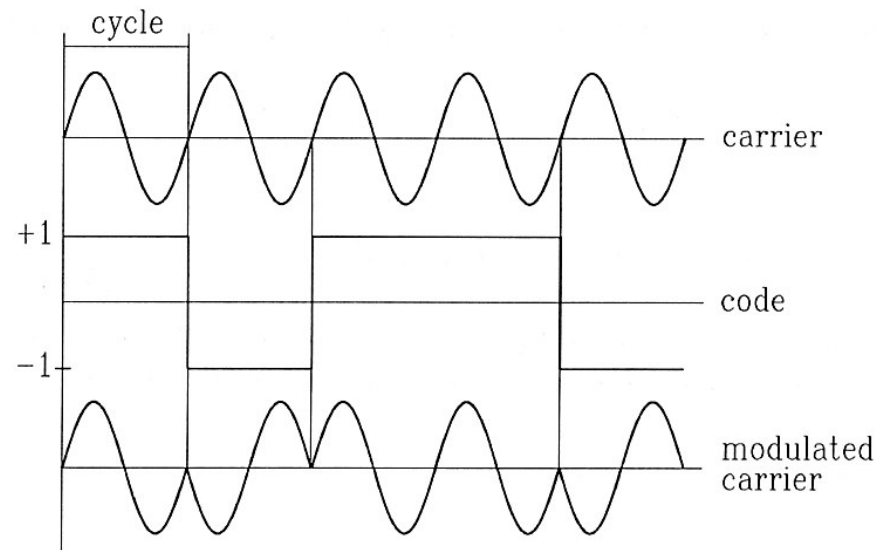
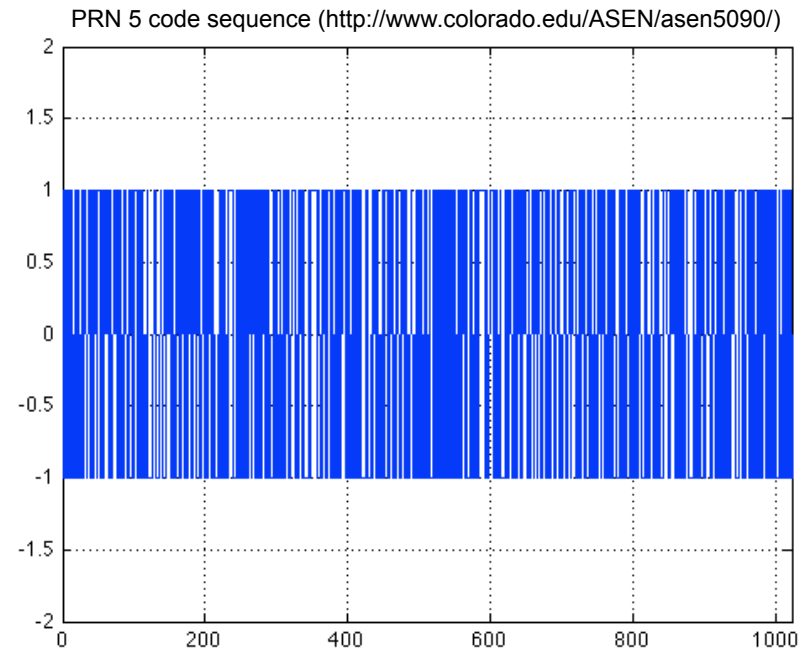


Le signal GPS

- Les horloges atomiques à bord des satellites GPS produisent une fréquence fondamentale $f_0 = 10.23$ Mhz
- Deux signaux en sont dérivés:
 - L1 ($f_0 \times 154$) = 1.57542 GHz, longueur d'onde = 19.0 cm
 - L2 ($f_0 \times 120$) = 1.22760 GHz, longueur d'onde = 24.4 cm
- L1 et L2 sont les deux fréquences porteuses utilisées pour transmettre une information codée sous forme binaire:
 - Message de navigation: éphémérides, état du système, etc.
 - Identité du satellite = code pseudo aléatoire.

Les codes pseudo aléatoires

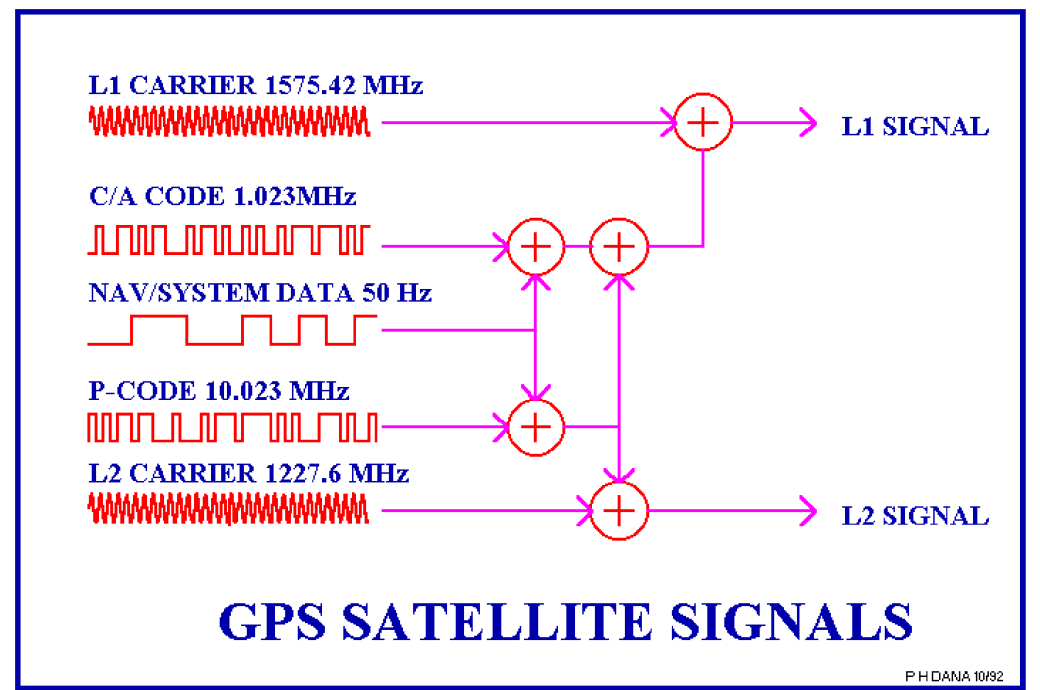
- PRN = Pseudo Random Noise code
 - Spécifique à chaque satellite
 - Connu par les récepteurs
 - Codés comme une série binaire de -1 et 1 (= "chips", ou "bits")
 - Longueur = 1023 bits $\Rightarrow 2^{1023}$ possibilités
 - 37 ont été sélectionnés = « GOLD-codes », très faible corrélation entre eux \Rightarrow identification non équivoque de chaque satellite.
- Codage sur la porteuse = inversion de la phase à chaque changement d'état du code
- Fréquence du changement de phase = « chip rate » (= débit binaire, « bande passante »)



Biphase modulation of the GPS carrier phase

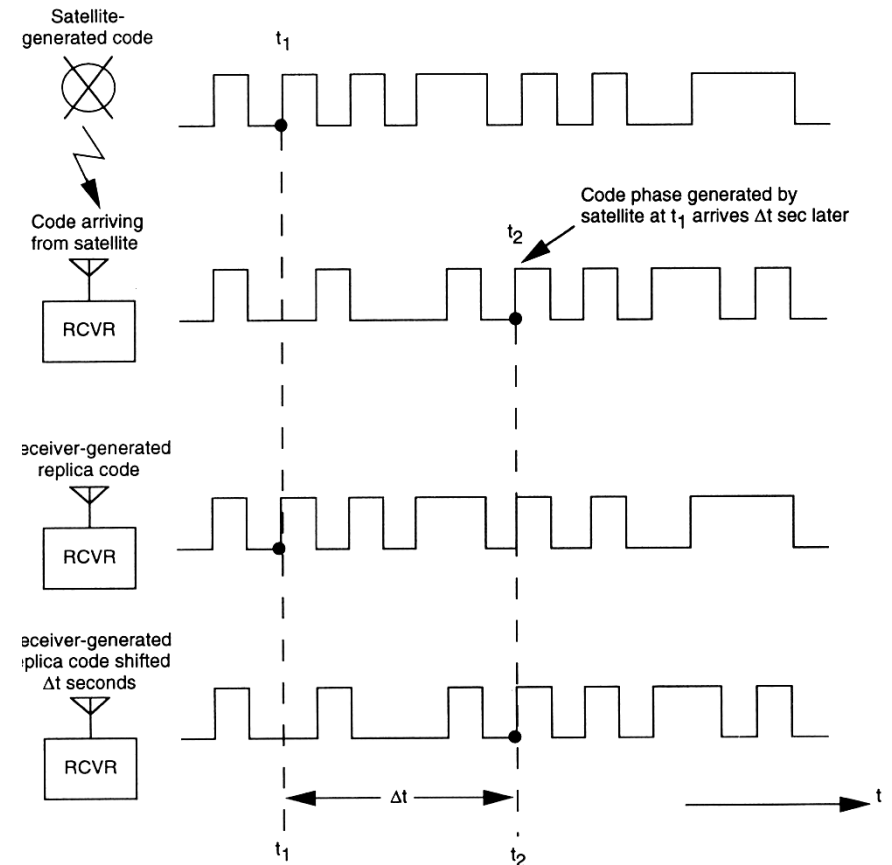
Code C/A et code P

- Coarse acquisition code = code C/A code
 - Transmis à une fréquence de 1.023 Mbps \Rightarrow longueur de chip = 293 m (pour 1023 bits et une vitesse de 3×10^8 m/s)
 - Transmis sur L1 seulement
 - Accessible aux civils
- Precise code = P code
 - Transmis à une fréquence de 10.23 Mbps \Rightarrow longueur de chip = 29.3 m
 - Transmis sur L1 et L2
 - Peut être crypté par un code Y = « anti-spoofing » (A/S, continu depuis janvier 1994)



Décodage dans le récepteur

- Les récepteurs GPS:
 - Contiennent un oscillateur (= horloge) qui génère les fréquences porteuses L1 et L2
 - Connaissent les codes PRN de chaque satellite
 - Génèrent un signal similaire à celui reçu des satellites
 - Comparent le signal reçu avec sa réplique interne: décalage de la réplique interne jusqu'à trouver le maximum de corrélation.
- Décalage nécessaire pour atteindre le maximum de corrélation = temps de trajet satellite-récepteur

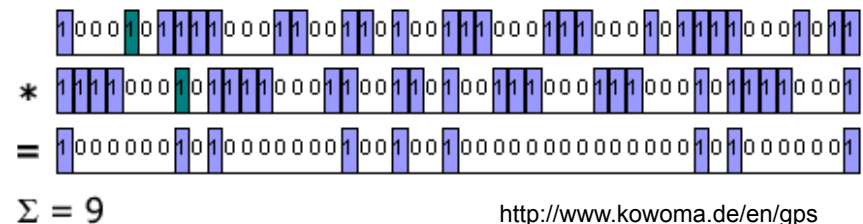
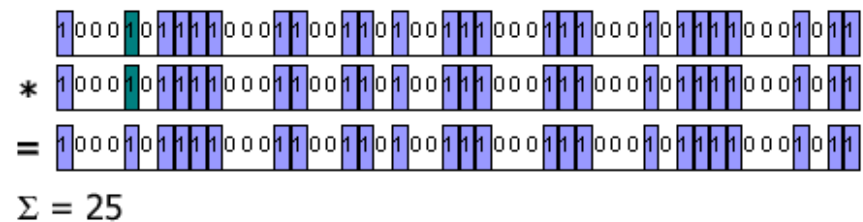
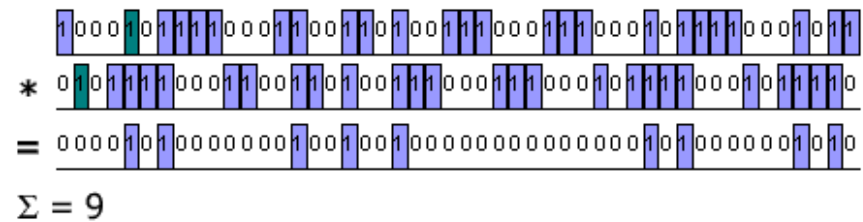


Décodage dans le récepteur

- Propriété des codes GOLD: autocorrélation très faible sauf quand l'alignement est parfait

- Algorithme:

- Récepteur génère une réplique interne du code, converti en 0-1
- Multiplication bit par bit avec le signal reçu
- Somme de la séquence résultante
- Décalage de la réplique d'un bit et idem

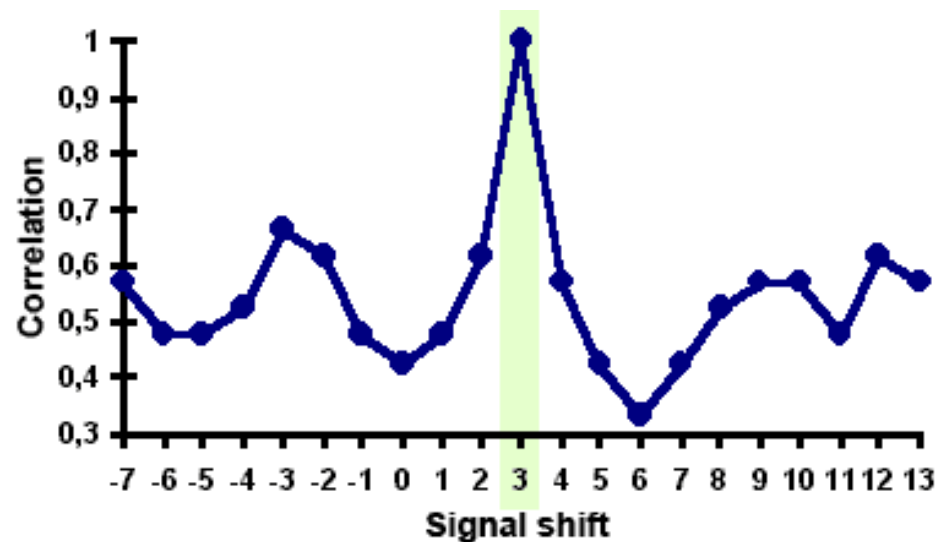


<http://www.kowoma.de/en/gps>

Top: Signal of the satellite
 Middle: Signal of the receiver, delayed against the signal of the satellite.
 Bottom: The two signals multiplied.

Fonction de corrélation

- Largeur de la fonction de corrélation = inversement proportionnelle à la fréquence
 - Code C/A, 1 MHz \Rightarrow largeur = 1 msec ou 300 m
 - Code P, 10 MHz \Rightarrow largeur = 0.1 msec ou 30 m
- Récepteurs modernes déterminent le pic de corrélation avec une précision d'environ 1% de la largeur de corrélation \Rightarrow précision de la mesure de pseudo-distance:
 - Code C/A = 3 m
 - Code P = 0.3 m



<http://www.kowoma.de/en/gps>

- Fonction de corrélation normalisée entre 0 et 1 – corrélation maximale pour un décalage de 3 longueur de chip:
- Code C/A (chip = 300 m), distance mesurée = 900 m
 - Code P (chip = 30 m), distance mesurée = 90 m

Modèle de mesure de code

- Les récepteurs GPS mesurent des pseudo-distances ${}^jR_i(t)$ qui peuvent être modélisés avec:

$${}^jR_i(t) = {}^j\rho_i(t) + c({}^j\delta(t) - \delta_i(t)) + \Delta I(t) + \Delta T(t) + MP(t) + \varepsilon$$

t = temps

jR_i = pseudo-distance mesurée

${}^j\rho_i$ = distance géométrique satellite-recepteur

c = vitesse de la lumière

${}^j\delta$ = biais d'horloge satellite

δ_i = biais d'horloge récepteur

ΔI = erreur de propagation ionosphérique

ΔT = erreur de propagation troposphérique

MP = multitrajet

ε = bruit électronique

(distances en mètres, temps en secondes)

- ΔI et ΔT sont des termes de correction nécessaires car le signal GPS est réfracté (ralenti) dans la troposphère et l'ionosphère.
- MP = multi-trajet, réflexion du signal GPS sur des surfaces environnant l'antenne

Mesures de phase

- Le récepteur:

- Génère une réplique interne $R(t)$ (de phase φ_R) du signal GPS reçu $G(t)$ (de phase φ_G)

- Multiplie les deux signaux:

$$G(t) \otimes R(t) = G_o \sin 2\pi\varphi_G(t) \times R_o \sin 2\pi\varphi_R(t)$$

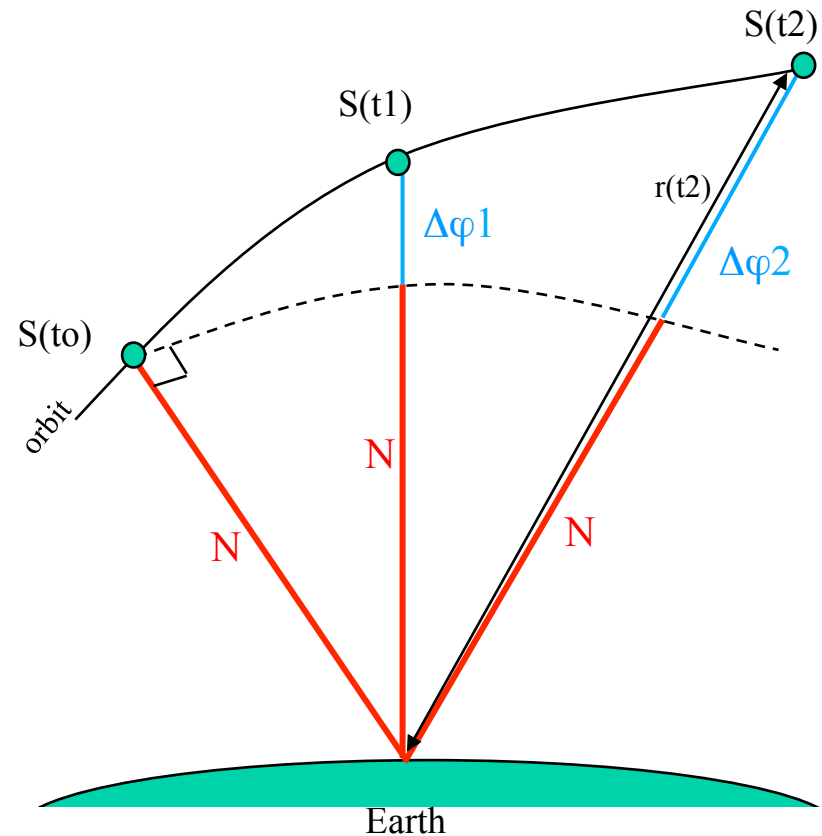
$$= \frac{G_o R_o}{2} [\cos 2\pi(\varphi_R - \varphi_G) - \cos 2\pi(\varphi_R + \varphi_G)]$$

- Filtre le contenu haute fréquence:

$$F\{G \otimes R\} = \frac{G_o R_o}{2} [\cos 2\pi(\varphi_R - \varphi_G)] = B_o \cos 2\pi\varphi_B$$

- Résultat:

- Mesure de battement de phase φ_B
- Mesure ambiguë: on obtient la même mesure en ajoutant un nombre (entier) arbitraire de phases à la porteuse



Le récepteur compte le nombre de phases depuis le début d'acquisition – mais N est initial inconnu. Si le récepteur perd le comptage (bruit, signal obstrué, ...), N change = saut de cycle .

Mesures de phase

- La mesure de phase effectuée dans le récepteur est:

$$\phi = \varphi_R - \varphi_G - N$$

- Par ailleurs la lecture d'horloge T est fonction de la phase φ et de la fréquence f_o de l'oscillateur (par rapport à une origine arbitraire φ_o):

$$T(t) = \frac{\varphi(t) - \varphi_o}{f_o} \quad \text{d'où:} \quad \begin{array}{ll} \varphi_R = f_o T_R + \varphi_o & \text{pour la réplique du signal} \\ \varphi_G = f_o T_S + \varphi_o^S & \text{pour le signal reçu} \end{array}$$

- La mesure de phase est donc:

$$\begin{aligned} \phi &= f_o T_R + \varphi_o - f_o T_S - \varphi_o^S - N^S \\ &= f_o (T_R - T_S) + \varphi_o - \varphi_o^S - N^S \end{aligned}$$

- Soit en distances:

$$\begin{aligned} L &= \lambda_o \phi = \lambda_o f_o (T_R - T_S) - \lambda_o (N^S - \varphi_o + \varphi_o^S) \\ L &= c (T_R - T_S) - \lambda_o (N^S - \varphi_o + \varphi_o^S) \end{aligned}$$

Mesures de phase

- En unités de distance, la mesure de phase effectuée dans le récepteur est:

$$L = c(T_R - T_S) - B_o^S$$

- De plus:

- Les lectures d'horloge dans le récepteur et dans le satellite son entachées d'erreurs
- La mesure est entachée d'erreurs causées par la réfraction du signal dans le troposphère et l'ionosphère

- On a donc, pour un récepteur i et satellite k:

$$L_i^k(t) = \rho_i^k(t) + c \times h_i(t) - c \times h^k(t) + ion_i^k(t) + trop_i^k(t) - B_i^k + \varepsilon$$

ρ_i^k = distance géométrique, h^k = biais d'horloge satellite, h_i = biais d'horloge récepteur, ion_i^k = délais ionosphérique, $trop_i^k$ = délais troposphérique, B_i^k = ambiguïté de phase, ε = bruit électronique

- Précision des mesures de phase dans les récepteurs modernes ~ 0.005 cycle (0.005 x 20 cm = 0.2 mm) \Rightarrow précision millimétrique théoriquement possible

Modèles des observations GPS

Code (mètres):

$$R_i^k(t) = \rho_i^k(t) + c(h^k(t) - h_i(t)) + I_i^k(t) + T_i^k(t) + MP_i^k(t) + \varepsilon$$

Phase (cycles):

$$\Phi_i^k(t) = \rho_i^k(t) \times \frac{f}{c} + (h_i(t) - h^k(t)) \times f + I_i^k(t) + T_i^k(t) + MP_i^k(t) - N_i^k + \varepsilon$$

R = pseudorange measurement

Φ = carrier phase measurement

ρ = satellite-receiver geometric distance

c = speed of light

f = carrier frequency

h^k = satellite clock bias, h_i = receiver clock bias

I = ionospheric propagation error

T = tropospheric propagation error

MP = multipath

N = phase ambiguity

ε = other small errors, including receiver noise

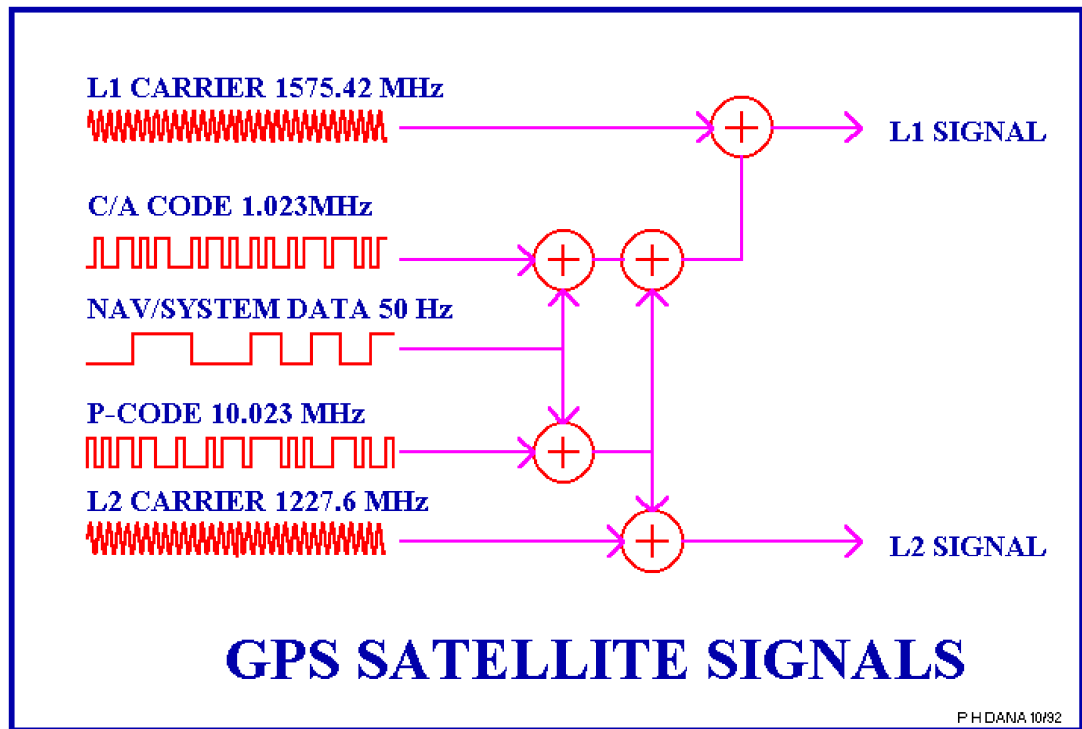
(ranges in meters, time in seconds, phase in cycles)

Avec:
$$\rho_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2}$$

X^k, Y^k, Z^k = coordonnées du satellite

X_i, Y_i, Z_i = coordonnées du receptr

Observables GPS



- Les récepteurs GPS mesurent jusqu'à 5 observables:
 - 2 mesures de phase
 - φ_1 and φ_2 : sur L1 et L2, en cycles
 - Precision < 1 mm
 - 3 mesures de pseudodistances:
 - C/A , $P1$, $P2$: mesures de pseudo-distances, en mètres
 - Précision = 3 m with C/A code, 0.3 m with P code
- Plus Doppler = $d\varphi/dt$

Observables GPS

- Les observables GPS sont stockées dans les récepteurs en format binaire propriétaire
- « Receiver Independent Exchange format » (= RINEX): format d'échange ASCII
- Description du format: <ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/data/format/rinex2.txt>
- Conversion de binaire propriétaire à RINEX:
 - Logiciel constructeur.
 - Logiciel libre: teqc (www.unavco.org)

Fichier d'observations RINEX

```
2.00          OBSERVATION DATA    G (GPS)          RINEX VERSION / TYPE
teqc 1999Jul19      CNRS_UMRGA      20021201 12:04:20UTC   PGM / RUN BY / DATE
Solaris 2.3|S-Sparc|cc SC3.0|=+|*Sparc          COMMENT
BIT 2 OF LLI FLAGS DATA COLLECTED UNDER A/S CONDITION COMMENT
SJDV          MARKER NAME
10090M001     MARKER NUMBER
-----
REGAL        OBSERVER / AGENCY
845          ASHTECH Z-XII3      CD00      REC # / TYPE / VERS
317          ASH700936A_M     NONE      ANT # / TYPE
4433469.9683 362672.6919 4556211.6229 APPROX POSITION XYZ
0.0000      0.0000      0.0000      ANTENNA: DELTA H/E/N
1 1          WAVELENGTH FACT L1/2
5 L1 L2 C1 P1 P2 # / TYPES OF OBSERV
30.0000     INTERVAL
Forced Modulo Decimation to 30 seconds COMMENT
SNR is mapped to RINEX snr flag value [1-9] COMMENT
L1: 1 -> 1; 90 -> 5; 210 -> 9 COMMENT
L2: 1 -> 1; 150 -> 5; 250 -> 9 COMMENT
2002 11 30 0 0 30.0000000 GPS TIME OF FIRST OBS
END OF HEADER
```

En-tête avec métadonnées

```
02 11 30 0 0 30.0000000 0 8G14G 7G31G20G28G 1G25G11
-7096034.24049 -5509904.97345 23971309.103 23971309.038 23971310.842
-12570276.74149 -9768618.40046 23379169.469 23379168.448 23379172.496
-4157689.84249 -3201324.38045 24195891.298 24195890.733 24195894.168
-25480193.34249 -19826614.77248 20670858.774 20670857.983 20670861.191
-5589280.20049 -4319738.39345 24553697.713 24553697.259 24553700.349
-10252537.24449 -7918950.15946 23060092.127 23060091.841 23060095.687
-4143445.15949 -2509987.53445 24581180.488 24581179.713 24581183.992
-29659606.34049 -23089397.33548 20312382.965 20312382.530 20312384.719
02 11 30 0 1 0.0000000 0 8G14G 7G31G20G28G 1G25G11
-7004806.32949 -5438818.30145 23988669.195 23988668.970 23988671.466
-12645245.09249 -9827035.30846 23364903.590 23364902.944 23364907.274
-4043324.79449 -3112208.77545 24217654.165 24217653.747 24217658.209
-25518762.53849 -19856668.69248 20663519.280 20663518.524 20663521.550
-5521754.77149 -4267121.22845 24566547.413 24566547.593 24566550.660
-10357839.61649 -8001003.94446 23040053.767 23040053.443 23040058.358
-4207531.87749 -2559925.21345 24568984.944 24568985.325 24568989.371
-29640011.07349 -23074128.30548 20316111.836 20316111.559 20316113.648
```

Blocks de données:
Pseudo-distances en mètres
Phases en cycles