Propagation atmosphérique

- Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques:
  - Dans le vide = c
  - Dans l'atmosphère = v (avec $v < c$)
  - Rapport $n = c/v$ = index de réfraction du milieu > 1

- Par conséquent, les signaux GPS subissent un retard lorsqu'ils se propagent dans l'atmosphère = différence entre le trajet réel S et la ligne droite L dans le vide:

$$dt = \int_S \frac{ds}{v} - \int_L \frac{dl}{c}$$

- En terme de distance, en multipliant par c:

$$cdt = \int_S nds - \int_L dl = \int_L (n-1)dl + \left(\int_S nds - \int_L ndl\right)$$

Allongement dû à la différence de vitesse de propagation (n≠1)

Allongement dû à la courbure du rai: négligeable

Réfraction ionosphérique

- Index de réfraction ionosphérique = fonction de la fréquence de l'onde incidente f et de la fréquence de résonnance du plasma ionosphérique f_p : légèrement différent de l'unité, peut être approximé (en négligeant les termes d'ordres supérieurs) par:

$$n_{ion} = 1 - \frac{f_p^2}{2f^2}$$

- La fréquence de résonance du plasma f_p vaut ~10-20 MHz – les fréquences porteuses GPS ont été choisies pour minimiser leur atténuation en prenant f_1 and $f_2 >> fp$.

- On a aussi: $f_p^2 = \dfrac{N(z)q_e^2}{\pi m_e}$

où $N(z)$ est la densité électronique (fonction de l'altitude z), q_e et m_e la charge et masse de l'électron. L'indice de réfraction n_{ion} peut donc s'écrire:

$$n(z) = 1 - \frac{N(z)q_e^2}{2\pi m_e f^2}$$

Réfraction ionosphérique

- L'allongement du trajet dans l'ionosphère est (z = altitude):

$$\Delta L_{ion} = \int_{sat}^{rec} \left(n(z) - 1\right) dz$$

- Le délai correspondant, induit par la réfraction dans l'ionosphère est donc:

$$I = \frac{1}{c} \int_{rec}^{sat} \frac{N(z) q_e^2}{2\pi m_e f^2} dz = \frac{A}{cf^2} \int_{rec}^{sat} N(z) dz = \frac{A}{cf^2} IEC$$

avec $A = 40.3\ m^3.s^{-2}$ (en remplaçant q_e et m_e par leurs valeurs numériques)
et IEC = contenu intégré en électrons (le long du trajet satellite-récepteur)

- Par conséquent::
  - I = 3-70 ns => ΔL = 1-20 m (au zenith)
  - Délai ionosphérique proportionnel à la densité d'électron intégrée le long du rai, soit, pour les deux fréquences GPS:

$$I_1 = \frac{A}{cf_1^2} IEC \quad et \quad I_2 = \frac{A}{cf_2^2} IEC$$

Réfraction ionosphérique

- Les équations de phase pour L1 et L2 sont (en cycles):

$$\varphi_1 = \frac{f_1}{c}\rho + f_1\Delta t + f_1 I_1 + f_1 T - N_1$$
$$\varphi_2 = \frac{f_2}{c}\rho + f_2\Delta t + f_2 I_2 + f_2 T - N_2$$

- Ecrivons la combinaison linéaire suivante des observables φ_1 et φ_2:

$$\varphi_{LC} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_1 - \frac{f_1\, f_2}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_2 \Rightarrow \varphi_{LC} = \frac{f_1^2 f_1}{f_1^2 - f_2^2} I_1 - \frac{f_1\, f_2 f_2}{f_1^2 - f_2^2} I_2 + \ldots$$

- Notons que: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{f_2^2}{f_1^2}$ (car I_1 et I_2 proportionnels à IEC)

- D'où:

$$\varphi_{LC} = \frac{f_1^2 f_1}{f_1^2 - f_2^2}\frac{f_2^2}{f_1^2} I_2 - \frac{f_1\, f_2 f_2}{f_1^2 - f_2^2} I_2 + \ldots \Leftrightarrow \varphi_{LC} = \underbrace{\frac{f_1\, f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} I_2 - \frac{f_1\, f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} I_2}_{=0} + \ldots$$

Réfraction ionosphérique

- La combinaison linéaire φ_{LC}: est donc indépendante du délai ionosphérique:

$$\varphi_{LC} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_1 - \frac{f_1\, f_2}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_2$$

$$\Rightarrow \varphi_{LC} = 2.546 \times \varphi_1 - 1.984 \times \varphi_2$$

- Par conséquent:
  - Utilisation de GPS bi-fréquence pour minimiser l'effet de l'ionosphère
  - Mais φ_{LC} est ~3 fois plus bruitée que φ_1 ou φ_2
  - Premier ordre du délai corrigé seulement – impact du second ordre non négligeable…
- Dans le cas de récepteurs mono-fréquence:
  - Modèle « climatologique » empirique: termes contenus dans les éphémérides radio-diffusées, corrige 50-60% du délai
  - Se cantonner à des lignes de base courtes (< 10 km)

Réfraction ionosphérique

- Notons au passage que la combinaison linéaire suivante des observables φ_1 et φ_2 annule les termes géométriques:

$$\varphi_2 - \frac{f_2}{f_1}\varphi_1 = \frac{f_2}{c}(I_2 - I_1) \qquad (+N)$$

- Puisque: $I_2 - I_1 = \dfrac{A(f_1^2 - f_2^2)}{f_1^2 f_2^2} IEC$

- On a donc: $\varphi_2 - \dfrac{f_2}{f_1}\varphi_1 = \dfrac{f_2}{c}\dfrac{A(f_1^2 - f_2^2)}{f_1^2 f_2^2} IEC$

$$\Rightarrow IEC = \left(\varphi_2 - \frac{f_2}{f_1}\varphi_1\right) \times \frac{c f_1^2 f_2}{A(f_1^2 - f_2^2)}$$

- Les observables GPS φ_1 et φ_2 permettent donc de mesurer facilement le contenu électronique intégré (à une constante près) le long du trajet récepteur-satellite.

Réfraction ionosphérique

- On peut montrer que la combinaison linéaire suivante est indépendante du délai ionosphérique:

$$\varphi_{LC} = \frac{f_1^{\,2}}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_1 - \frac{f_1\, f_2}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_2$$
$$\Rightarrow \varphi_{LC} = 2.546 \times \varphi_1 - 1.984 \times \varphi_2$$

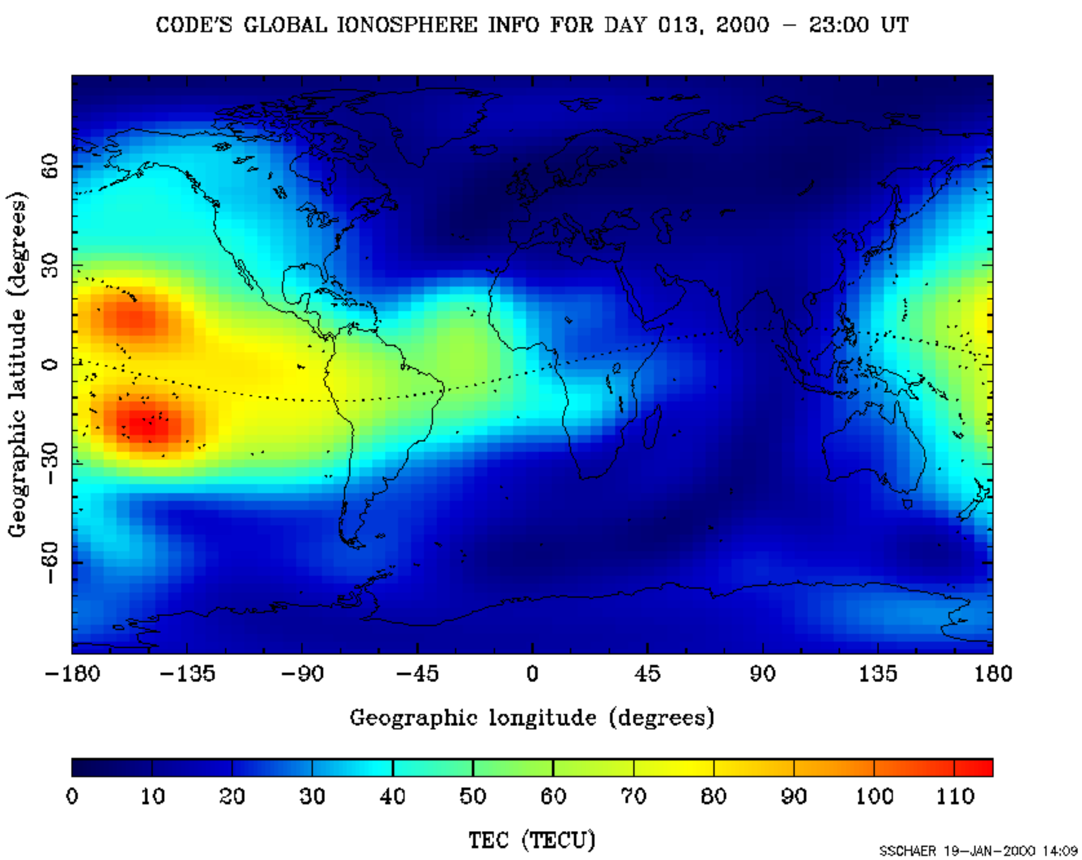
- Par conséquent: utilisation de GPS bi-fréquence pour minimiser l'effet de l'ionosphère

- On peut montrer que la combinaison linéaire suivante des observables φ_1 et φ_2 annule les termes géométriques:

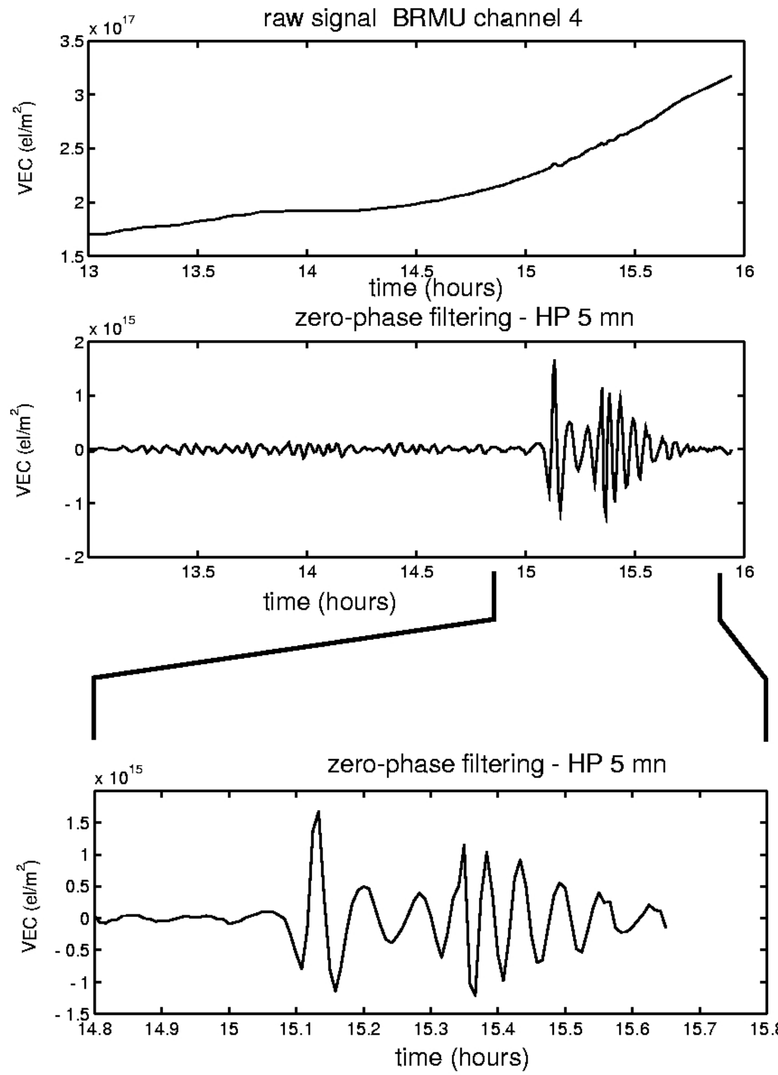
$$\varphi_2 - \frac{f_2}{f_1}\varphi_1 = \frac{f_2}{c}(I_2 - I_1) \qquad (+N) \qquad \text{et} \qquad IEC = \left(\varphi_2 - \frac{f_2}{f_1}\varphi_1\right) \times \frac{c f_1^2 f_2}{A(f_1^2 - f_2^2)}$$

- Les observables GPS φ_1 et φ_2 permettent donc de mesurer facilement le contenu électronique intégré (à une constante près) le long du trajet récepteur-satellite.

Réfraction ionosphérique



Carte du contenu électronique global



Perturbation ionosphérique causée par un lancement de de fusée

Réfraction troposphérique

- L'allongement du trajet dans la troposphère est (z = altitude):

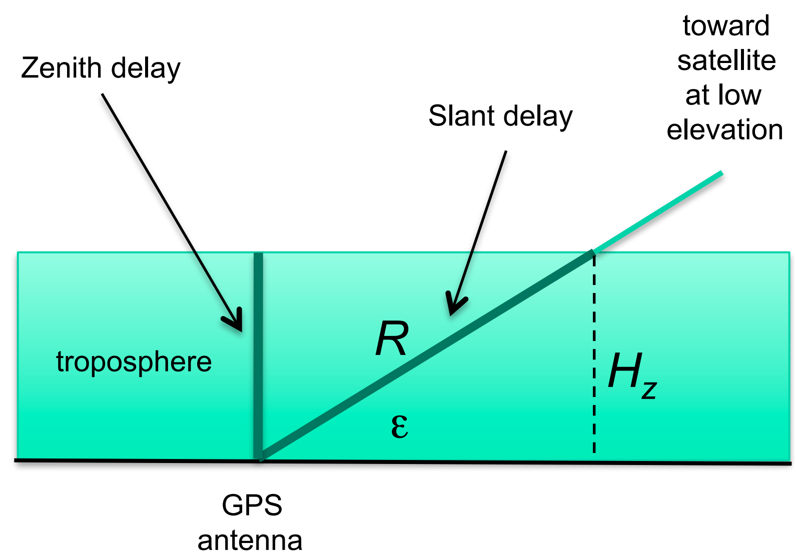
$$\Delta L_{trop} = \int_{sat}^{rec} \left(n(z) - 1\right) dz$$

- On sépare généralement les contributions de l'atmosphère « sèche » (en équilibre hydrostatique) et humide (vapeur d'eau). Pour un trajet zénithal, on a:

$$\Delta L^{zen} = \Delta L^{zen}_{hydro} + \Delta L^{zen}_{wet}$$

- Contributions:
  – Hydrostatique ~ 200 to 230 cm au zénith au niveau de la mer
  – Humide < 40 cm au zénith au niveau de la mer
  – Augmente avec l'angle d'élévation du satellite: pris en compte par une fonction d'élévation de la forme:

$$m(\varepsilon) = \frac{R}{H_z} = \frac{1}{\sin\varepsilon}$$



En prenant en compte la courbure de la Terre:

$$m(\varepsilon) = \frac{1 + \dfrac{a}{a + \dfrac{b}{1 + c}}}{\sin(\varepsilon) + \dfrac{a}{\sin(\varepsilon) + \dfrac{b}{\sin(\varepsilon) + c}}}$$

Réfraction troposphérique

- Pour un trajet zénithal, le délai « sec » dépend uniquement de la pression au sol P_0, de la latitude du site λ et de sa hauteur ellipsoïdale H:

$$\Delta L_{hydro}^{zen} = \left(2.2768 \pm 0.0024 \times 10^{-7}\right) \frac{P_0}{f\left(\lambda, H\right)}$$

$$f(\lambda, H) = 1 - 0.00266 \cos\left(2\lambda\right) - 0.00028 H$$

- Erreur standard de ce modèle ~0.5 mm pour une mesure (simple à réaliser) de la pression au sol avec une précision de ~0.5 hPa.

Réfraction troposphérique

- Le délai « humide » peut se modéliser avec, par exemple:

$$\Delta L_{wet}^{zen} = 10^{-6}\left[\left(k_2 - \frac{M_w}{M_d}k_1\right)\int \frac{e}{T}dz + k_3 \int \frac{e}{T^2}dz\right]$$

  où M_w et M_d = masses molaires de l'air sec et de la vapeur d'eau, e = pression partielle de vapeur d'eau, T = température, k_1,k_2,k_3 = constantes déterminées empiriquement.

- D'autres paramétrisations ont été proposées, mais:
  - e et T varient rapidement dans le temps et spatialement
  - Quantités difficiles a mesurer en fonction de l'altitude (ballons sondes)
  - Erreur standards des modèles ~2 cm.

Réfraction troposphérique

- Solutions?
  - Modèle: marche bien pour le délai sec, pas le délai humide
  - Corrections
    - À partir de mesures de surface
    - À partir de mesures en fonction de l'altitude: ballons sondes, radiomètres
    - À partir de modèles météo
  - Estimation:
    - → On introduit une inconnue supplémentaire = délai zénithal total (+ gradient NS et EW)
    - → Estimation toutes les n heures, contraintes temporelles
- Si le délai zénithal total est estimé, et que l'on dispose d'un baromètre précis, on peut donc soustraire la contribution hydrostatique et en déduire la contribution humide.
- Ensuite:

$$PWV = \Pi(T_m)\Delta L_{wet}^{zen}$$

($\Pi \sim 0.15$)

Réfraction troposphérique

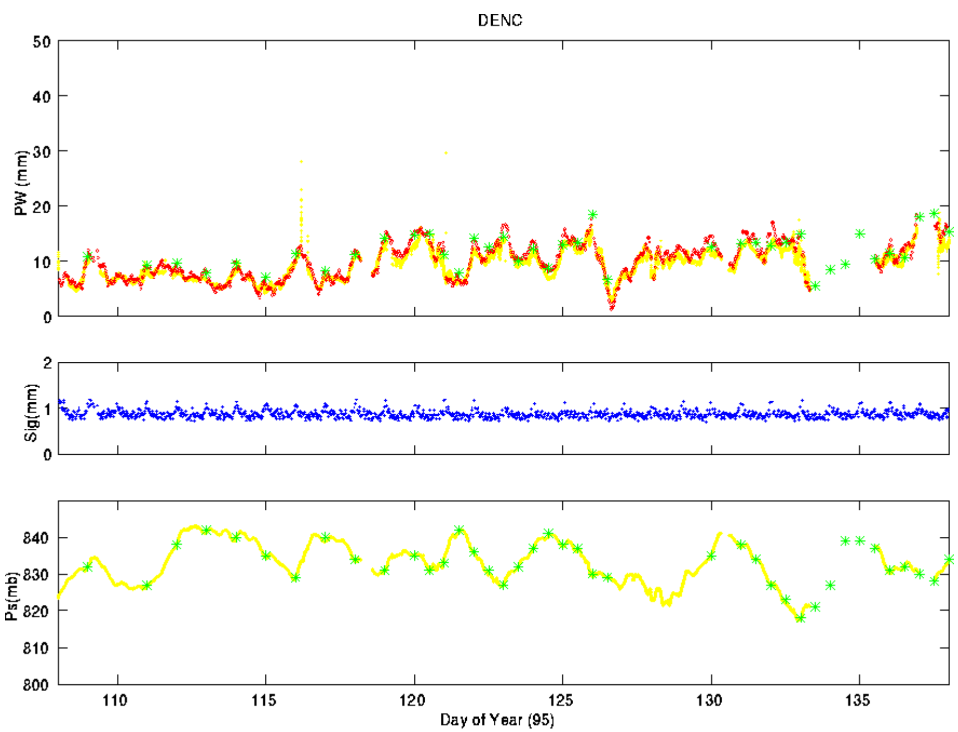
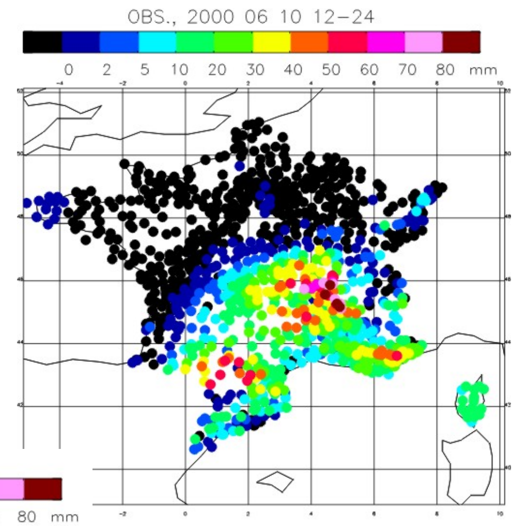
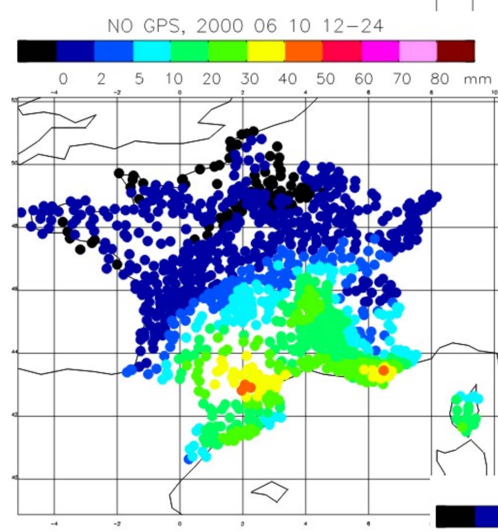


Fig. P. Fang

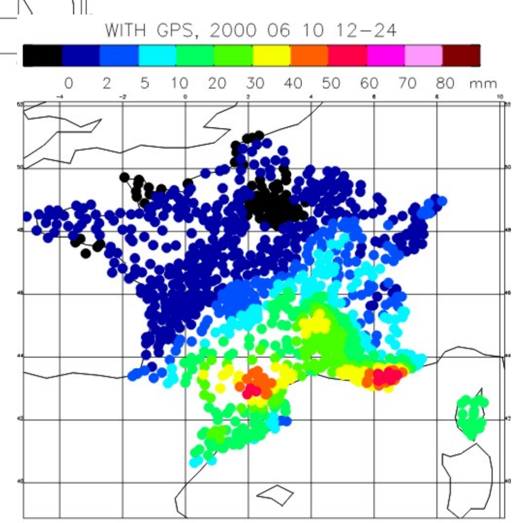
Rouge = estimations GPS
Jaune = mesure par radiomètre à vapeur d'eau
Etoiles vertes = radiosondages

Précipitations mesurées





Precipitation estimées



Precipitations estimées avec assimilation des résultats GPS

Fig. J. Haase