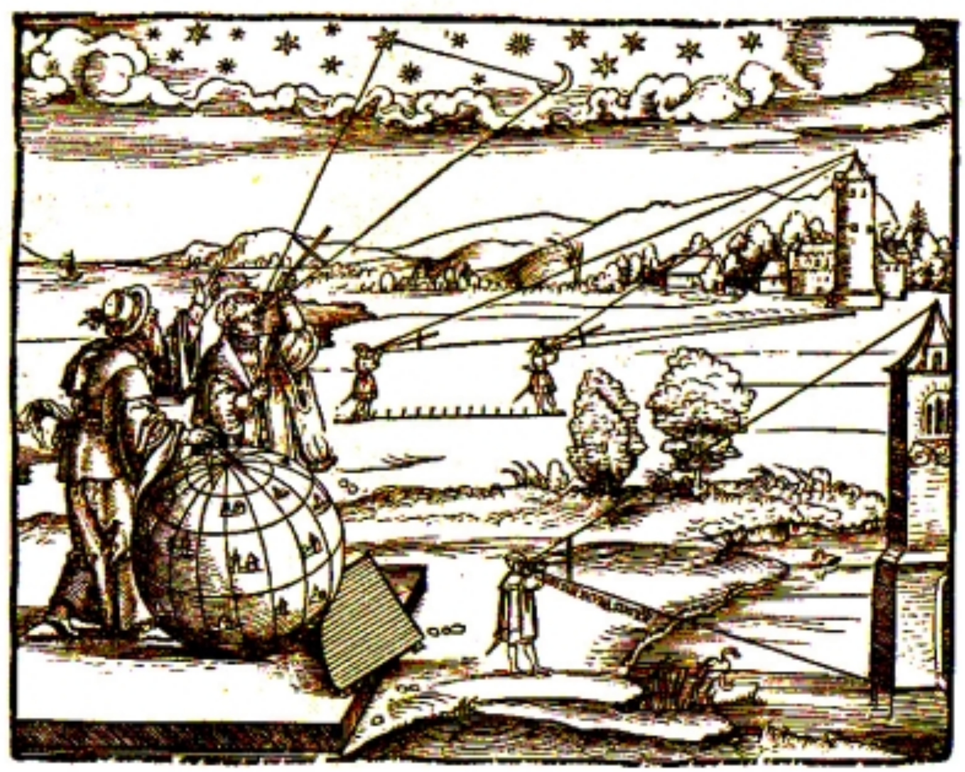
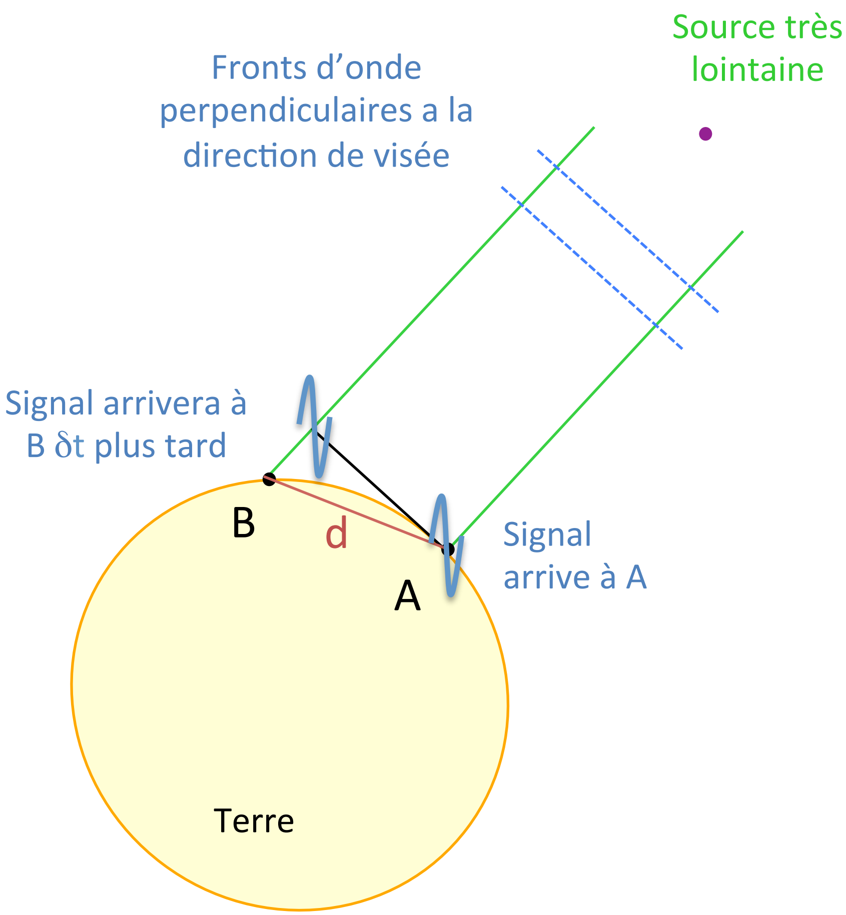
La géodésie spatiale

- Problèmes des mesures terrestres:
  - Inter visibilité requise
  - Précision décroit vite quand la distance entre sites augmente
  - Mesure n'est pas tridimensionnelle
  - Mesures continues difficiles
  - Automatisation des mesures difficile
- Solution: l'espace…
  - …qui n'est pas un concept nouveau: location par rapport aux étoiles date de plusieurs 100aines d'années
  - Latitude: angle d'élévation de l'étoile polaire (= direction de l'axe de rotation de la Terre)



Peter Apian - Geographia, 1533

Première possibilité…



- Utiliser une source de rayonnement électromagnétique naturelle: quasars
  - A des milliards d'années lumière
  - Immobiles les unes par rapport aux autres
- Moyen de réception au sol: radiotélescopes.
- Mesure:
  - Différence de temps d'arrivée d'un signal (= bruit!) entre deux stations de réception = δt
  - Angle de visée vers la source = α
- Résultat: détermination directe de la distance entre les deux stations de réception.
- C'est le principe du VLBI

VLBI = Interférométrie très longue base

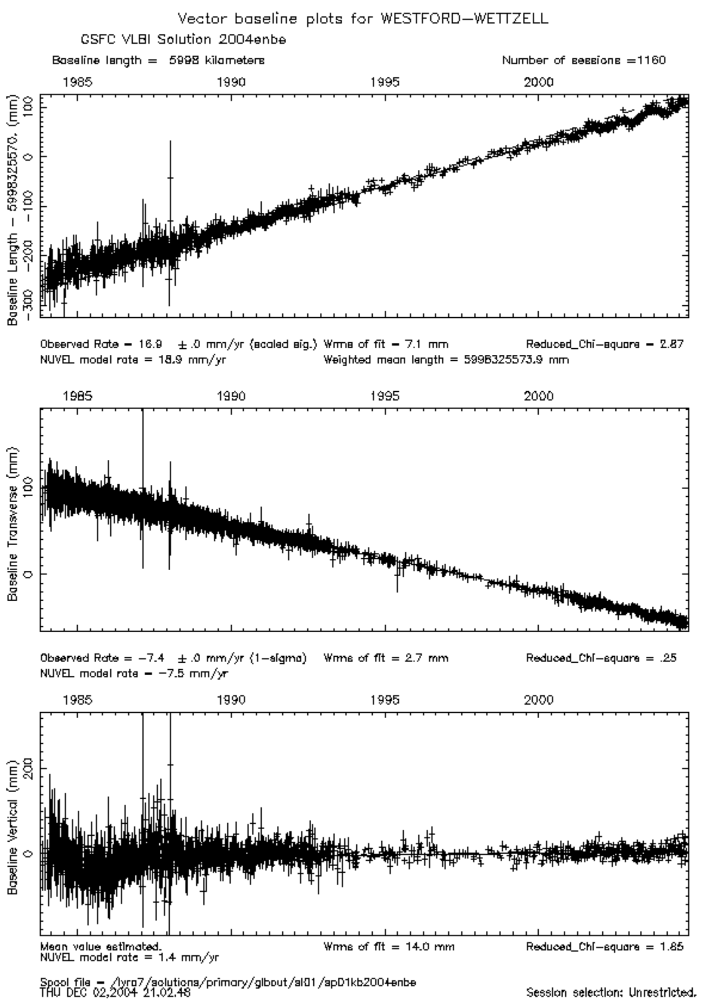
- Au départ une technique de radio-astronomie utilisée pour localiser les quasars par rapport à la Terre
- Une fois la position des quasars connues, on peut calculer:
  - La distance entre stations de réception
  - La position et l'orientation de la Terre par rapport à l'univers
- Clé: précision des mesures de temps, généralement qqs picosecondes ⇒ positions relative des antennes ~1 mm
- Seule technique capable de déterminer la position et rotation de la Terre par rapport à un repère céleste (inertiel):
  - Variations de la direction de l'axes de rotation de la Terre dans l'espace (précession, nutation)
  - Variation de la vitesse de rotation de la Terre
- Problème: cout d'achat et d'opération, maintenance ⇒ peu de stations

Antenne VLBI (Algonquin, Canada)

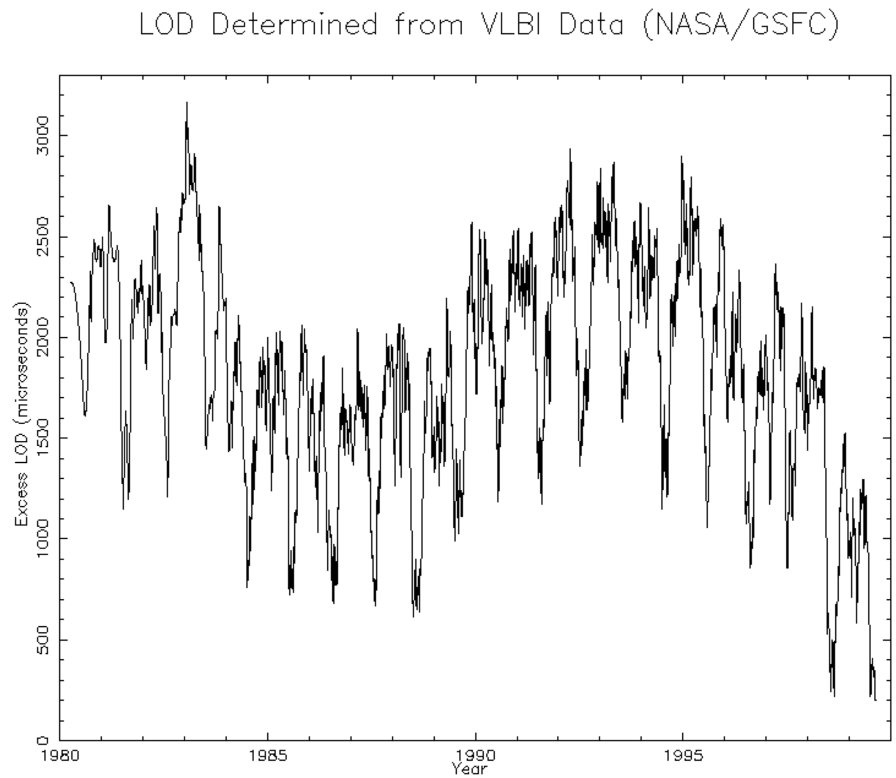
Maser à hydrogène

Corrélateur

Mais des résultats fondamentaux

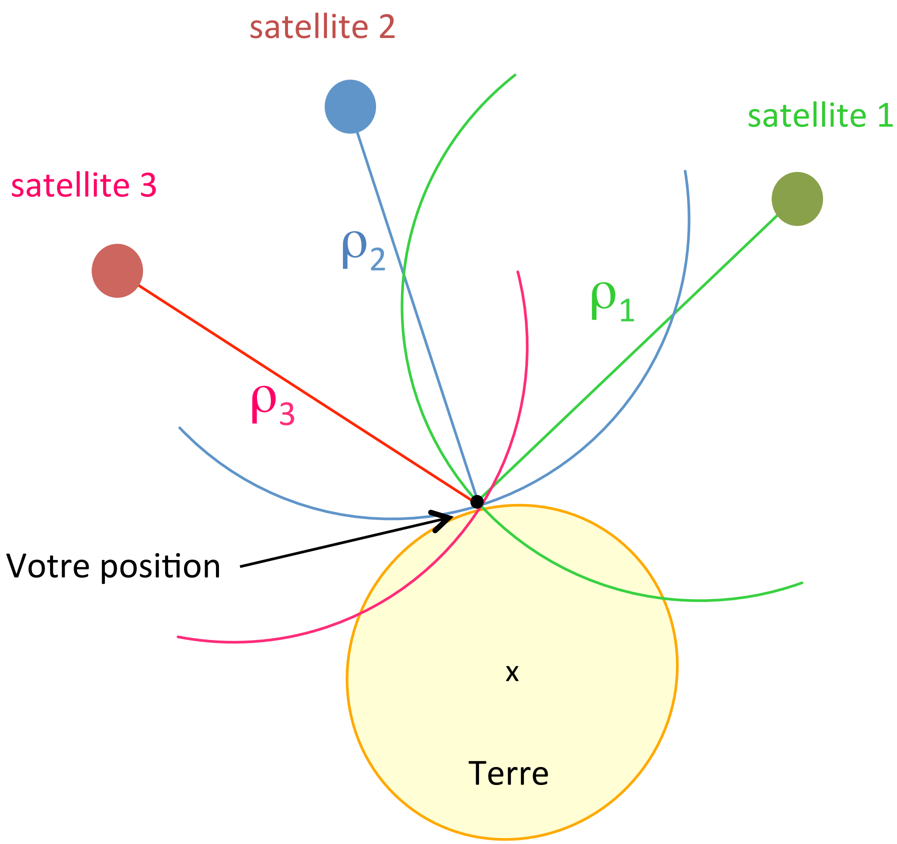


Série temporelle de la distance entre Wetzell (Allemagne et Westford (USA)



Variations de la longueur du jour mésurée par VLBI: 1983?

Seconde possibilité…

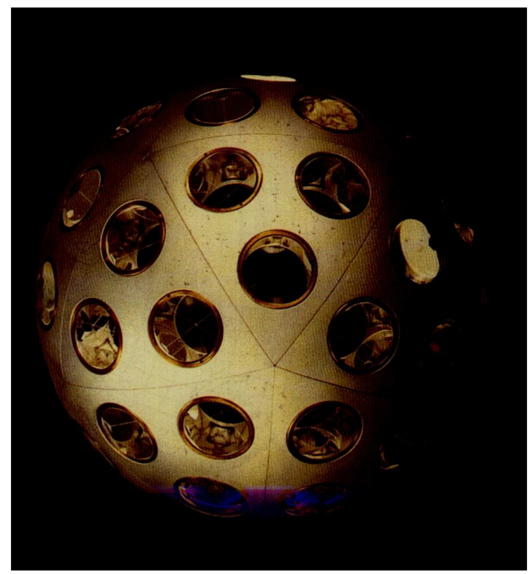


- Utiliser des sources artificielles = satellites
- Le plus simple: satellites passifs, munis de rétro-réflecteurs
- Source laser au sol:
  - « Tire » sur les satellites
  - Mesure le temps aller-retour du signal
- La mesure de distance ρ_1 au satellite 1 est:
  - $\rho_1 = (t_r - t_{e1}) / 2 \times$ vitesse de la lumière
  - Position est donc sur une sphère centrée sur le satellite 1, de rayon $\rho1$
- 3 satellites => intersection de 3 sphères => une position
- C'est le principe du laser satellite

SLR = distancemétrie laser satellite

- Station sol émet un pulse laser très court vers un satellite
- Le pulse laser est réfléchi vers la station d'émission par les rétro-réflecteurs du satellite
- Une horloge très précise mesure le temps d'aller-retour du pulse laser: précision < 50 picosecondes = < 1 centimètre en distance
- 3 stations, 1 satellite => détermination de la position du satellite (si la position des stations est connue)
- 3 satellites, 1 station => détermination de la position de la station (si la position des satellites est connue)

SLR at the Goddard Geophysical and Astronomical Observatory. The two laser beams are coming from the network standard SLR station, MOBLAS-7 (MOBile LASer) and the smaller TLRS-3 (Transportable Laser Ranging System) during a collocation exercise.



Starlette, a geodetic satellite
Launched in 1975
48 cm diameter, 47 kg

Des résultats fondamentaux

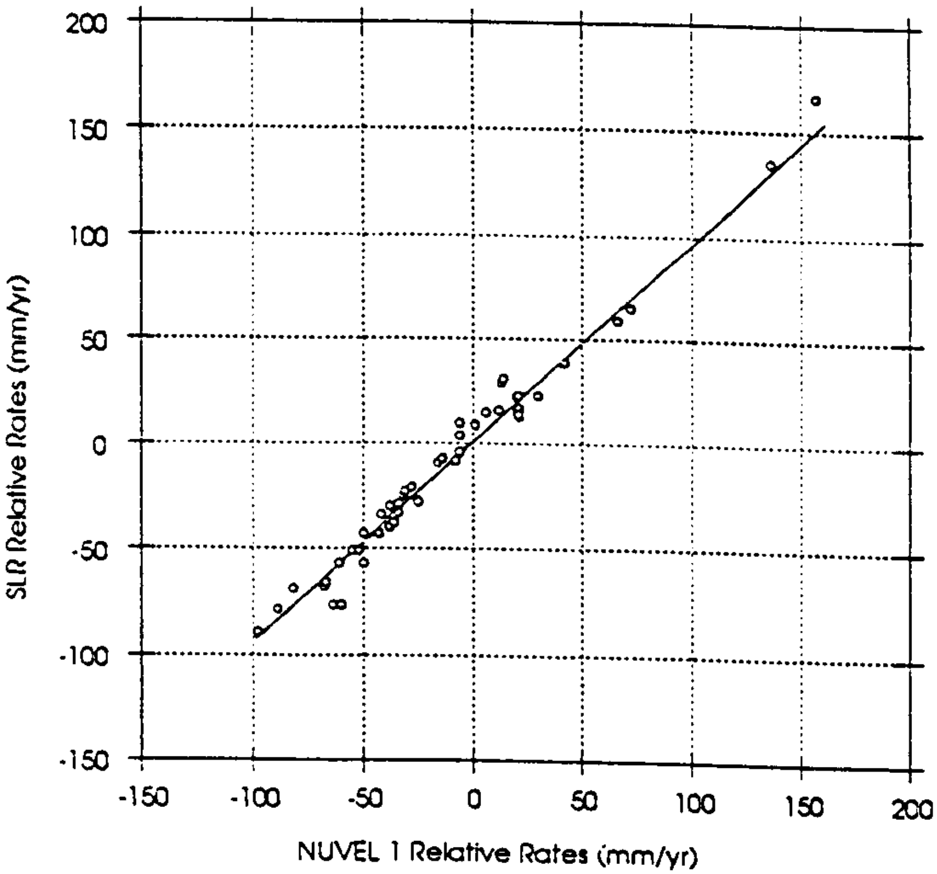


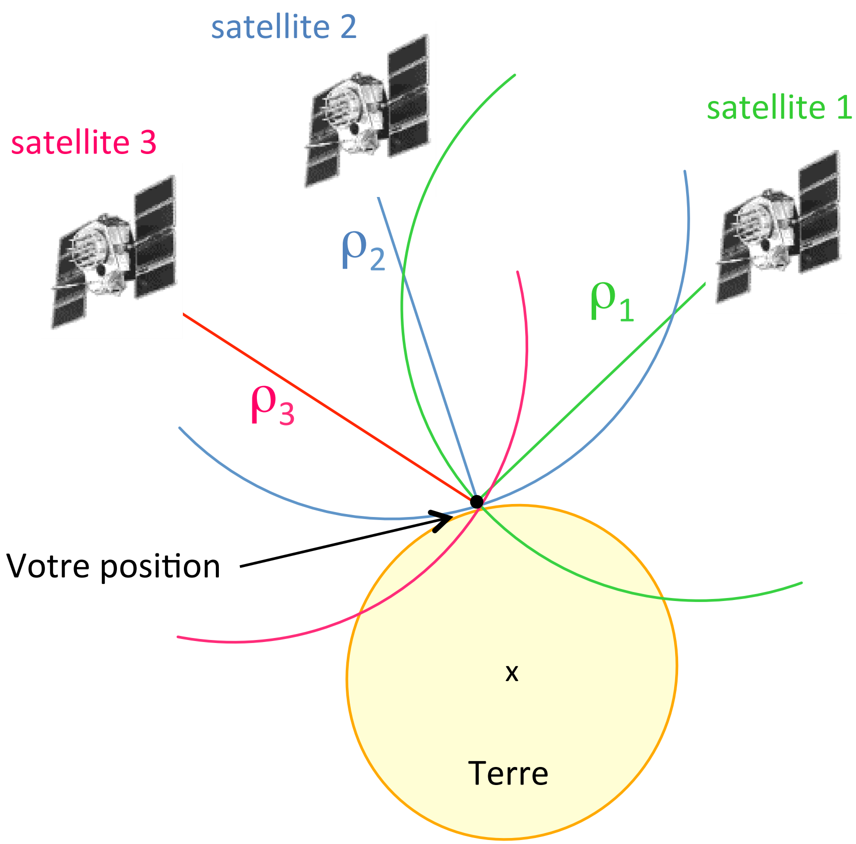
Fig. 11. Comparison of SLR determined geodesic rates with those implied by the NUVEL 1 geologic plate motion model for 54 lines connecting stations on five plates that are well within plate interiors and crossing at least one plate boundary. The slope of the line is 0.949 ± 0.019.

Plate Motions Are Steady

Richard G. Gordon

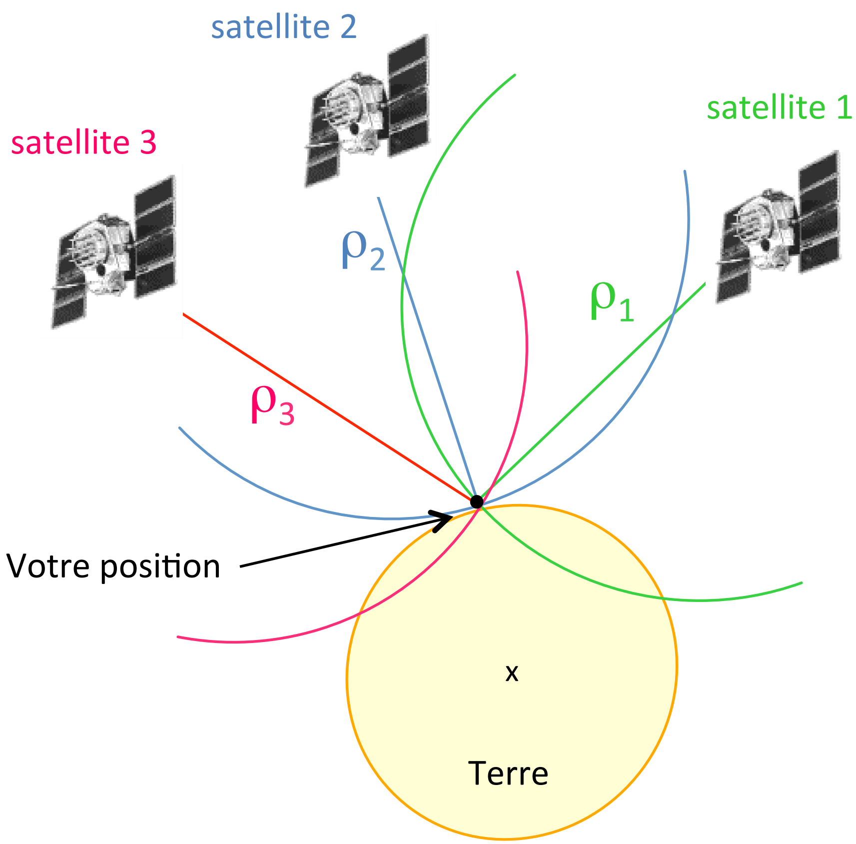
- Comparaison modèle géologique (basé sur anomalie magnétique 2a dans les océans = ~3 Ma) et mesures SLR
- Les mouvements des plaques tectoniques sont constants à l'échelle de 3 Ma
- Validation du modèle géologique *et* des mesures géodésiques

Troisième possibilité…



- Utiliser des satellites qui émettent un signal électromagnétique…
- La mesure de distance ρ_1 au satellite 1 est:
  - $\rho_1 = (t_r - t_{e1}) / 2 \times$ vitesse de la lumière
  - Position est donc sur une sphère centrée sur le satellite 1, de rayon $\rho 1$
- 3 satellites => intersection de 3 sphères => une position
- C'est le principe du Global Positioning System = GPS
- …et d'autres systèmes similaires: GLONASS (russe), Galileo (européen)
- = GNSS, Global Navigation Satellite System

Troisième possibilité…



- Le modèle mathématique est donc simple:

$$\rho_r^s = \sqrt{(X^S - X_R)^2 + (Y^S - Y_R)^2 + (Z^S - Z_R)^2}$$

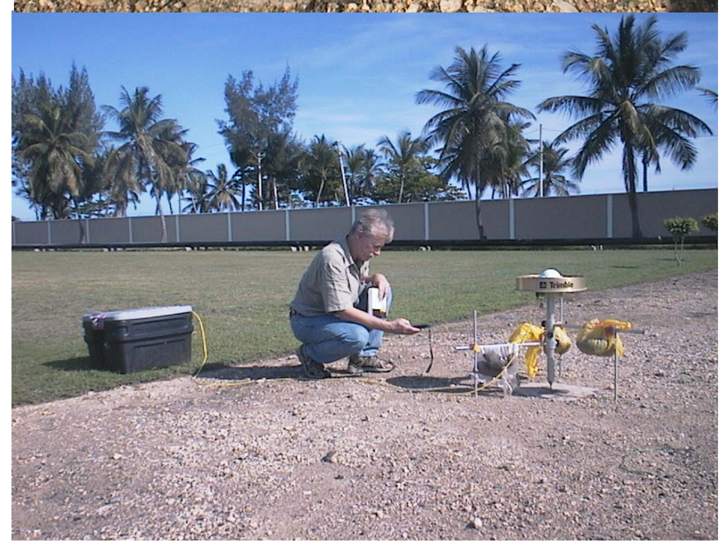
  - Etant donné les positions *(X^S, Y^S, Z^S)* de satellites dans un référentiel lié à la Terre…
  - …on peut calculer la position du récepteur *(X_R, Y_{rR} X_R)* si au moins 3 satellites sont visibles simultanément.
- Problème: les horloges des récepteurs sont:
  - Médiocres…
  - Non synchronisées avec celles des satellites…
- Conséquences:
  - Distance affectée d'une erreur $\delta t = t_r - t_s$
  - On mesure en fait des « pseudo-distances »:

$$R_r^s = \rho_r^s + c\delta t_r$$

  - 4 satellites au moins sont nécessaires pour déterminer une position

Sur le terrain: campagnes de mesures GPS

- Installation de « marqueurs géodésiques »
- Mise en station de l'antenne GPS au-dessus du marqueur pendant plusieurs heures/jours
- Récupération des données sur un ordinateur
- Traitement des données en labo pour éliminer les sources d'erreur
- Réitération des mesures par exemple chaque année



Sur le terrain: mesures GPS continues

- Installation de « monuments géodésiques »
- Mise en station de l'antenne GPS de manière permanente sur le monument
- Récupération des données de manière journalière ou temps réel (GSM, internet)

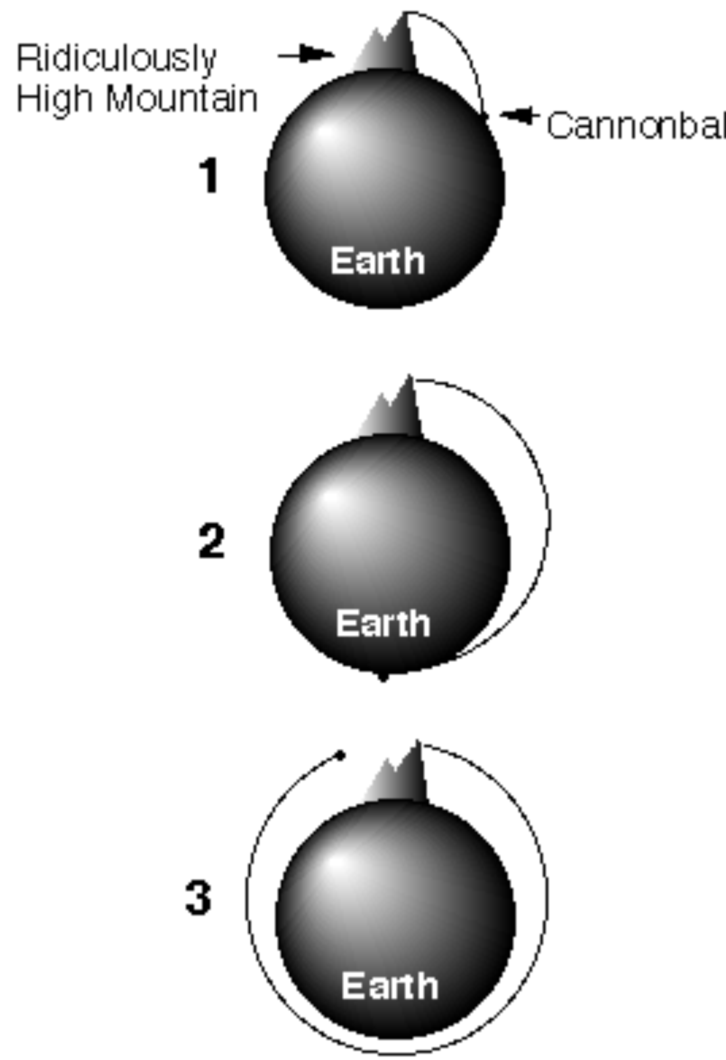
- Traitement des données en labo pour en continu éliminer les sources d'erreur
- Permet d'obtenir des positions journalières (ou plus)

Les orbites satellitaires…

Les orbites: comment et pourquoi?

Supposons que l'on tire un boulet de canon du haut d'une montagne (ridiculement) haute:

- Le boulet de canon est attiré vers la Terre sous l'effet de la force de pesanteur
- Sa trajectoire dépend de sa vitesse initiale: il peut retomber sur Terre au pied de la montagne.
- Mais dans tous les cas, plus le boulet s'approche de la Terre, plus sa vitesse augmente
- A la limite, la vitesse du boulet peut être suffisamment élevée pour qu'il s'échappe de la pesanteur terrestre… et se place en orbite.



Les orbites: comment et pourquoi?

- En termes de physique:
  - L'énergie cinétique du boulet de canon au départ est:

$$E_K = \frac{1}{2} m V_e^2$$

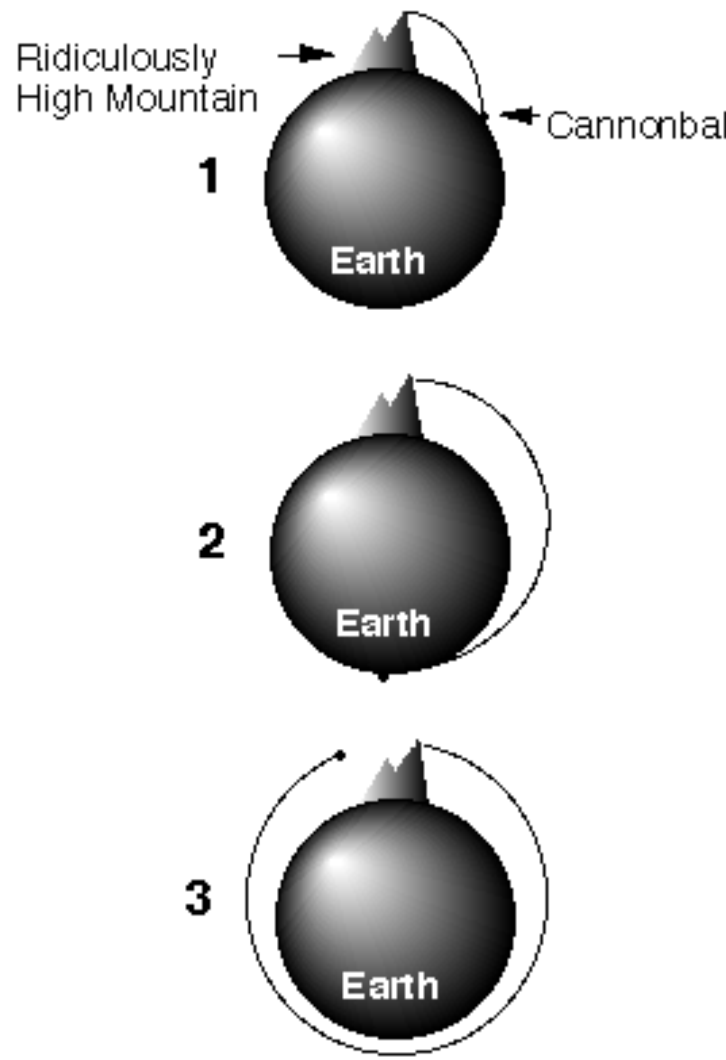
  - L'énergie potentielle (liée à la pesanteur terrestre) est:

$$E_P = \frac{GmM_E}{R}$$

  (R = distance du canon au centre de la Terre, M_E = masse de la Terre)
  - Le boulet « s'échappe » en orbite si:

$$E_K \geq E_P \Rightarrow V_e \geq \sqrt{\frac{2GM_E}{R}}$$

  - V_e = vitesse d'échappement (indépendante de la masse du boulet de canon, décroit quand R augmente)
- Application – les satellites sont lancés en orbite:
  - En les portant à haute altitude
  - En leur donnant une accélération initiale telle qu'ils atteignent la vitesse d'échappement.



Les orbites: comment et pourquoi?

- Dans un repère inertiel (galiléen), on a:

$$\sum \vec{F} = m_s \vec{a}$$

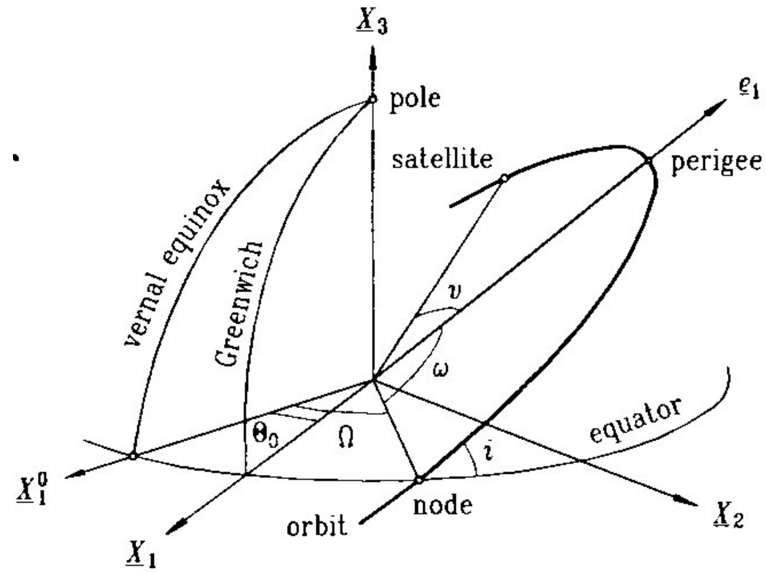
- En supposant que la seule force s'exerçant sur le satellite est due à la pesanteur terrestre, on a:

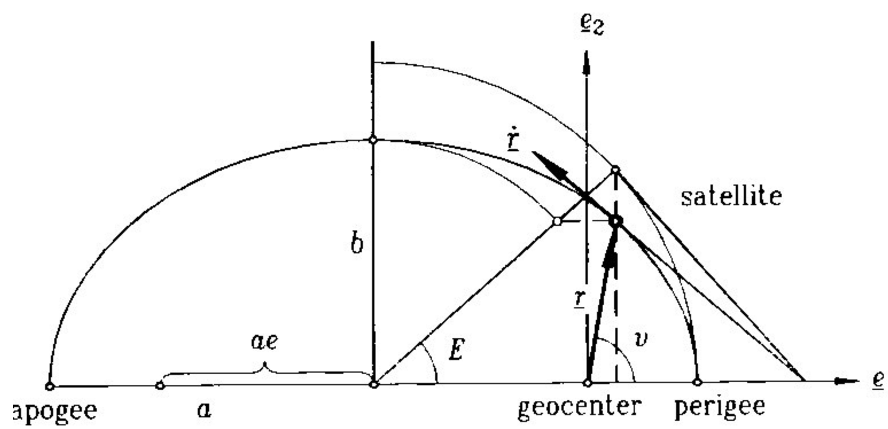
$$\vec{F} = \frac{G m_s m_E}{r^2} \vec{r}$$

$$\Rightarrow \vec{a} + \frac{G m_E}{r^2} \vec{r} = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{G m_E}{r^2} \vec{r}$$

r = position géocentrique du satellite, $a = d^2r/dt^2$, accélération, G = constante de gravitation universelle, m_E = masse de la Terre, m_S = masse du satellite

- On peut montrer que la solution de cette équation est une ellipse dont la Terre est l'un des foyers.



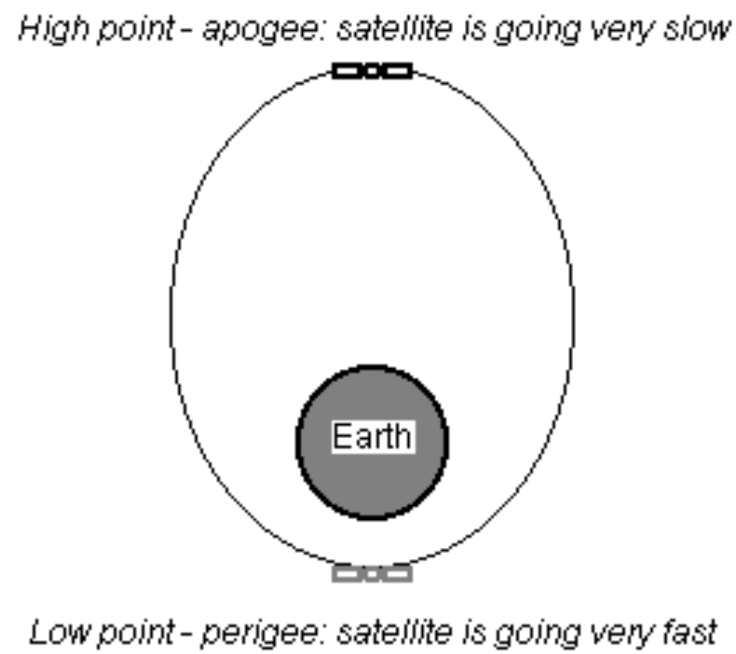


Les orbites: comment et pourquoi?

- On peut aussi écrire que, une fois en orbite, le principe de conservation de l'énergie implique que:

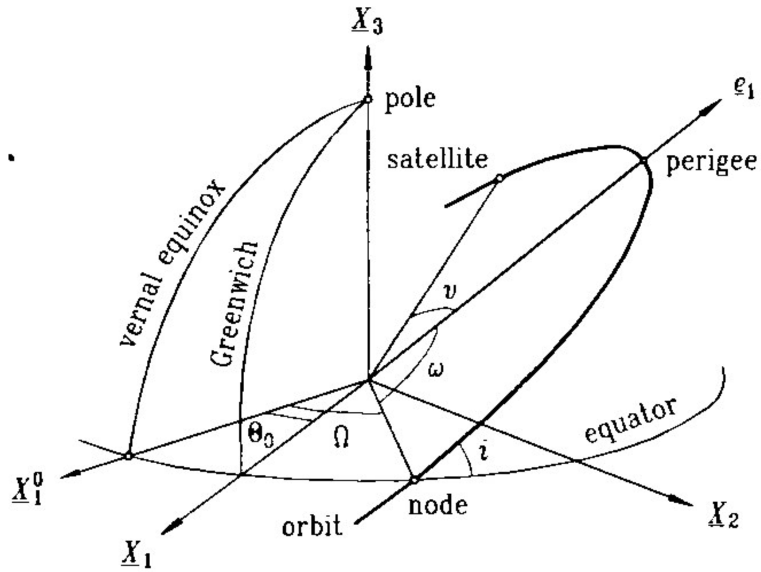
$$E_K + E_P = cons.$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}V^2 + \frac{GM_E}{R} = cons.$$

- Par conséquent:
  - Quand le satellite « tombe » vers la Terre, R décroit, donc V augmente
  - La vitesse maximale est atteinte pour la distance R à la Terre minimale = périgée
  - La vitesse minimale est atteinte pour la distance R à la Terre maximale = apogée

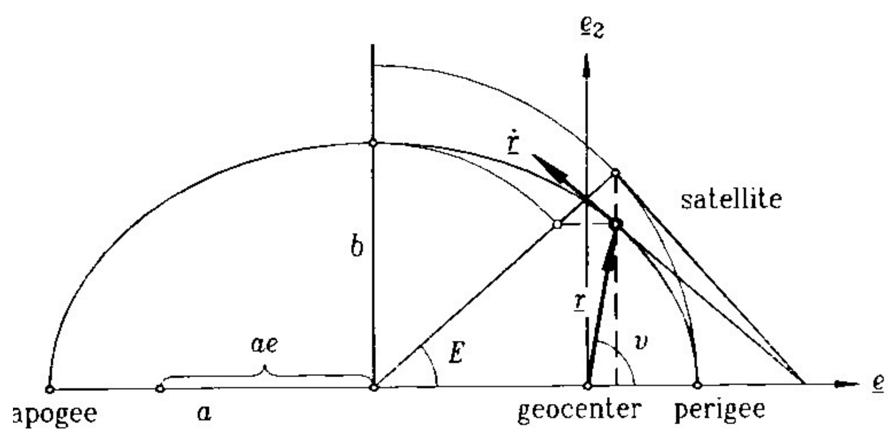


Les orbites: comment et pourquoi?

- La solution de cette équation différentielle requiert 6 constantes d'intégration = éléments orbitaux, ou éléments képlériens
- Ils décrivent l'orbite <u>dans un repère inertiel</u>
- Dans ce repère, l'orbite est fixe (par rapport aux étoiles)
- Attention, dans ce repère la Terre est en rotation…



a	Semi-grand axe	Taille et forme de l'orbite
e	Excentricité	
Ω	Ascension droite du nœud ascendant	Orientation du plan orbital dans le repère inertiel
ω	Argument du périgée	
i	Inclination	
T_o	Epoque du périgée	Position du satellite dans le plan orbital

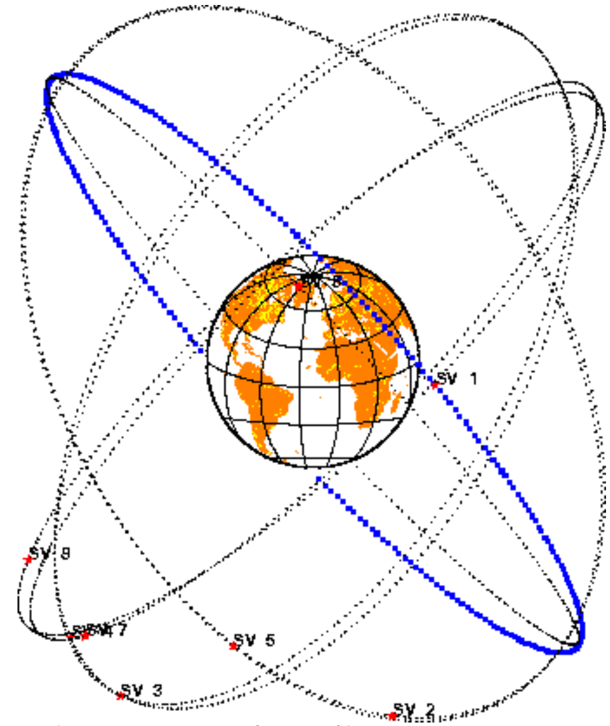


Du repère inertiel (céleste) au repère terrestre

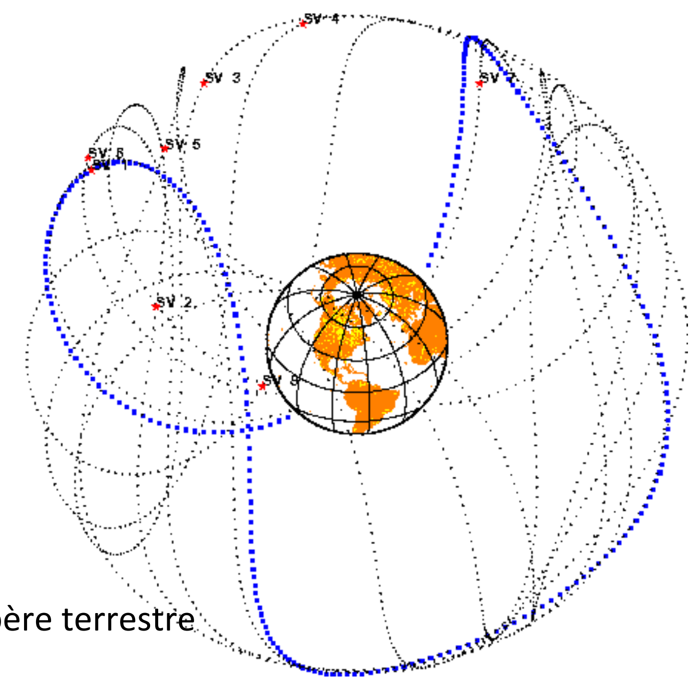
- Rappel, un récepteur GNSS mesure des (pseudo)distances dans un repère lié à la Terre:

$$R_r^s = \sqrt{(X^S - X_R)^2 + (Y^S - Y_R)^2 + (Z^S - Z_R)^2} + c\delta t_r$$

- Le récepteur GPS reçoit les paramètres orbitaux (*a, e,* Ω, ω, *i,* T_o) …
- … à partir desquels il calcule l'orbite dans un repère inertiel
- Puis transforme l'orbite dans un repère lié à la Terre = X^s, Y^s, Z^s
- En prenant en compte (en partie) d'autres forces gravitationnelles et non-gravitationelles



Orbite GPS, repère céleste



Orbite GPS, repère terrestre