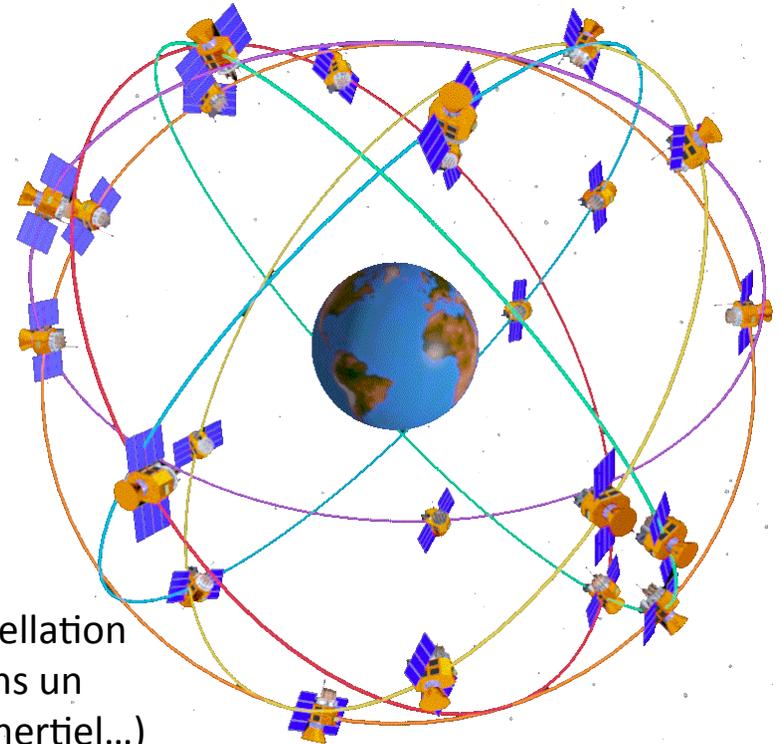


# Les orbites GPS

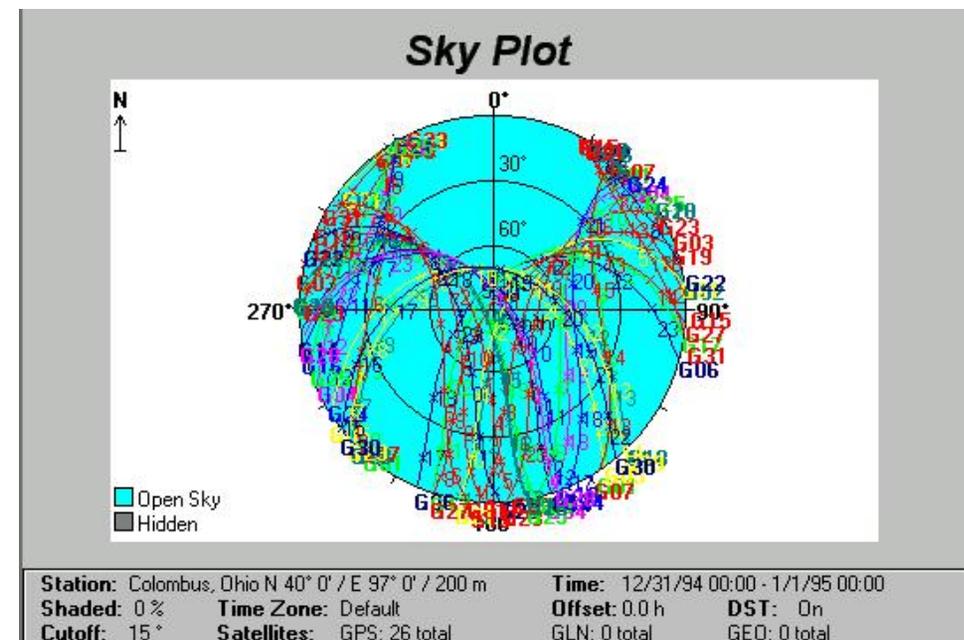
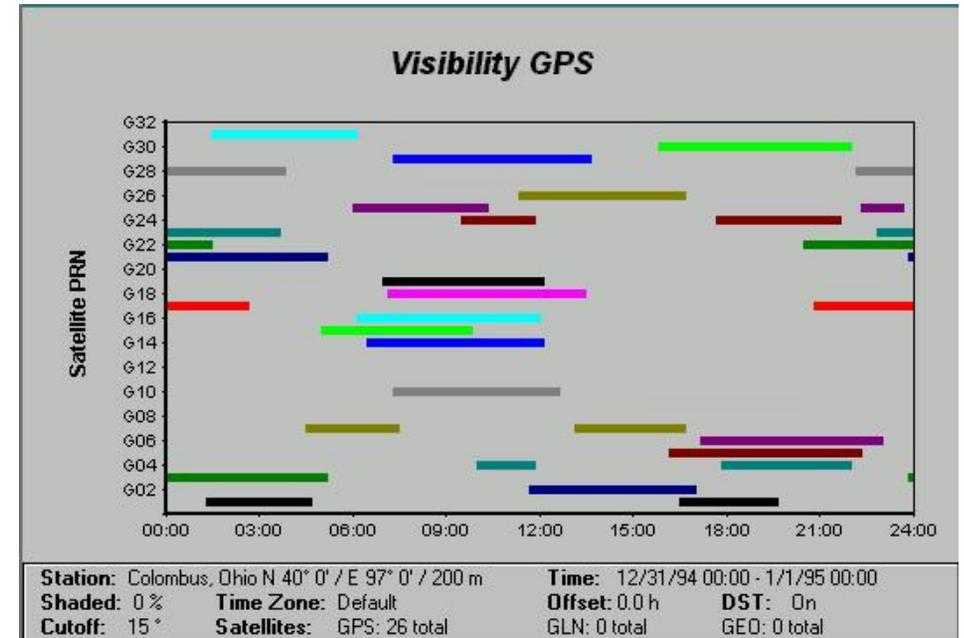
- Semi grand axe = 26 400 km => altitude  $\sim$ 20 000 km:
  - Friction quasi nulle
  - Rôle négligeables des courtes longueur d'onde du champ de gravité terrestre
  - Mais rôle important de la pression de radiation solaire (photons)
- Caractéristiques:
  - Période = 12 heures sidérales
  - 6 plans orbitaux
  - Inclinaison = 55.5 degrés
  - 4-6 satellites par plan orbital
  - Excentricité de l'orbite  $<$  0.02 => orbites quasi-circulaires



La constellation  
GPS (dans un  
repère inertiel...)

# Les orbites GPS

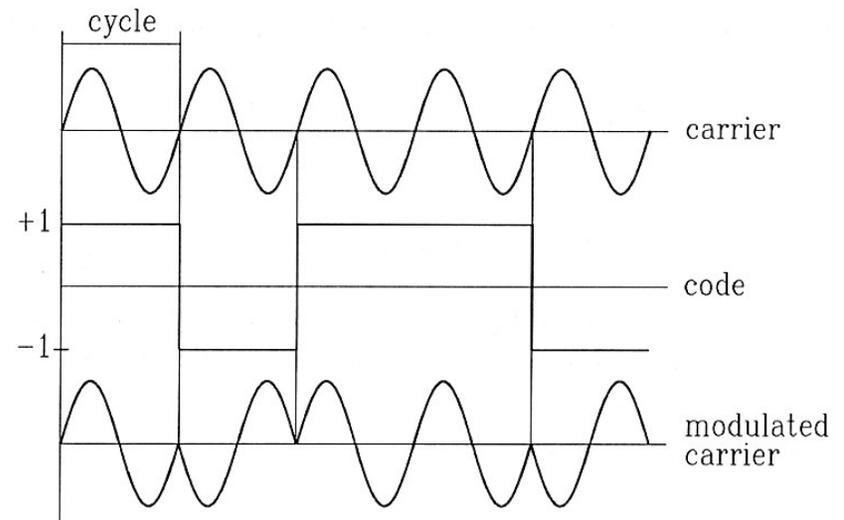
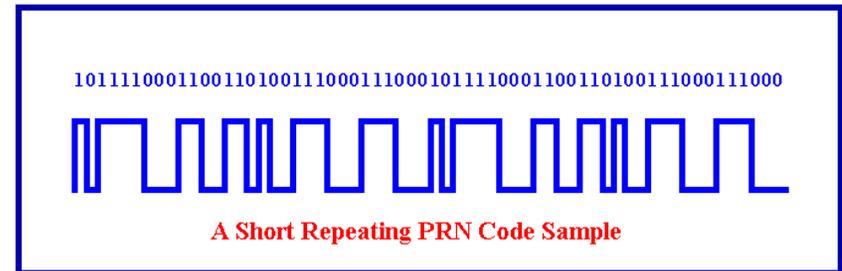
- Constellation complète = 24 satellites, depuis 1994
- Actuellement 30 satellites, lancements réguliers.
- Satellites GPS visibles jusqu'à 6 heures d'affilée chacun
- 6-12 satellites toujours visibles simultanément, fonction de:
  - La géométrie de la constellation
  - La position de l'utilisateur
  - Obstructions: arbres, « canyons urbains », etc.





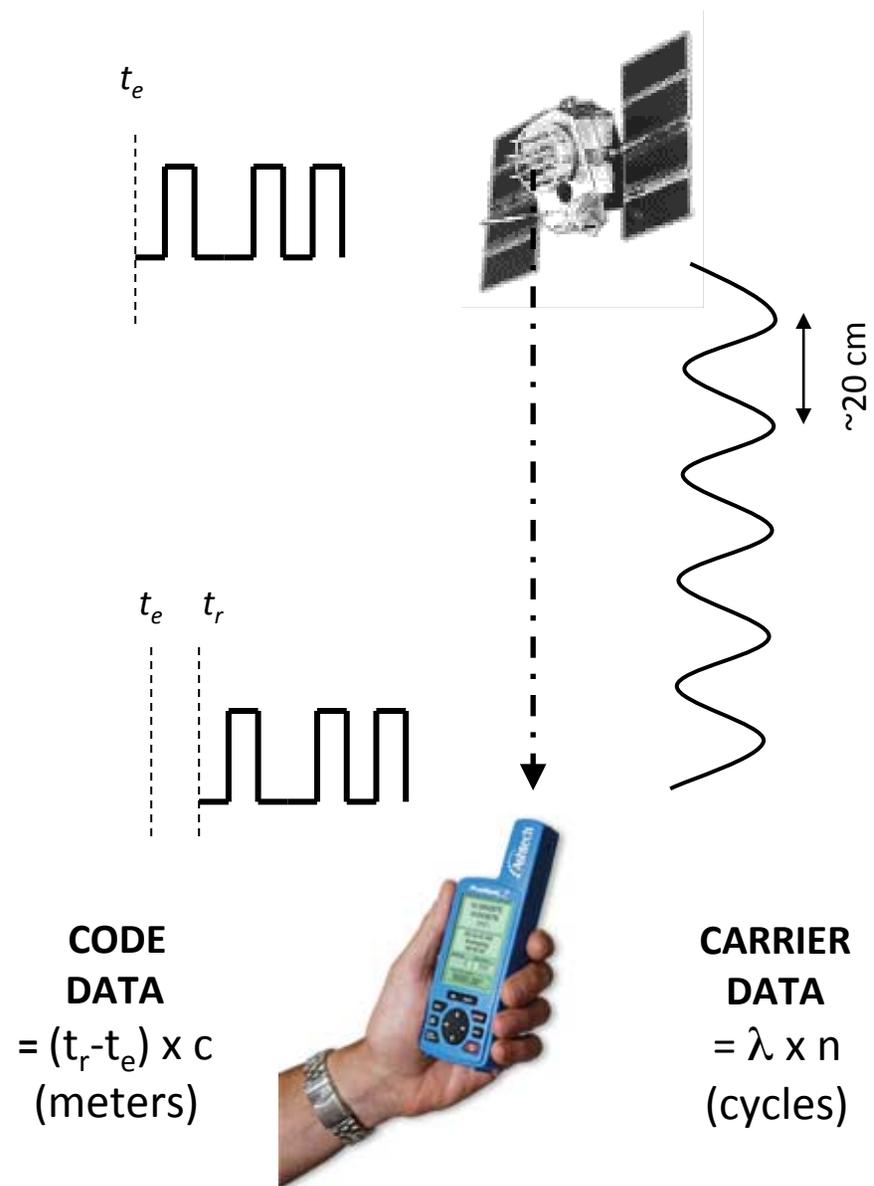
# Que font les satellites GPS?

- Maintiennent une fréquence fondamentale  $f_0 = 10.23$  Mhz grâce a 2 ou 4 horloges atomiques (Ce/Rb):
  - Stabilité =  $10^{-13}$  (Rb) to  $10^{-14}$  (Ce),  $\sim 1$  ns/jour
  - Horloges synchronisées entre satellites
- Forment et émettent deux signaux sinusoïdaux à partir de cette fréquence:
  - L1 ( $f_0 \times 154$ ) = 1.57542 GHz, longueur d'onde 19.0 cm
  - L2 ( $f_0 \times 120$ ) = 1.22760 GHz, longueur d'onde 24.4 cm
  - = “fréquences GPS porteuses”
- Chaque satellite est associé à un code = série binaire (0 ou 1) = code pseudo aléatoire = PRN
- Codes transmis en modulation de phase sur la porteuse.



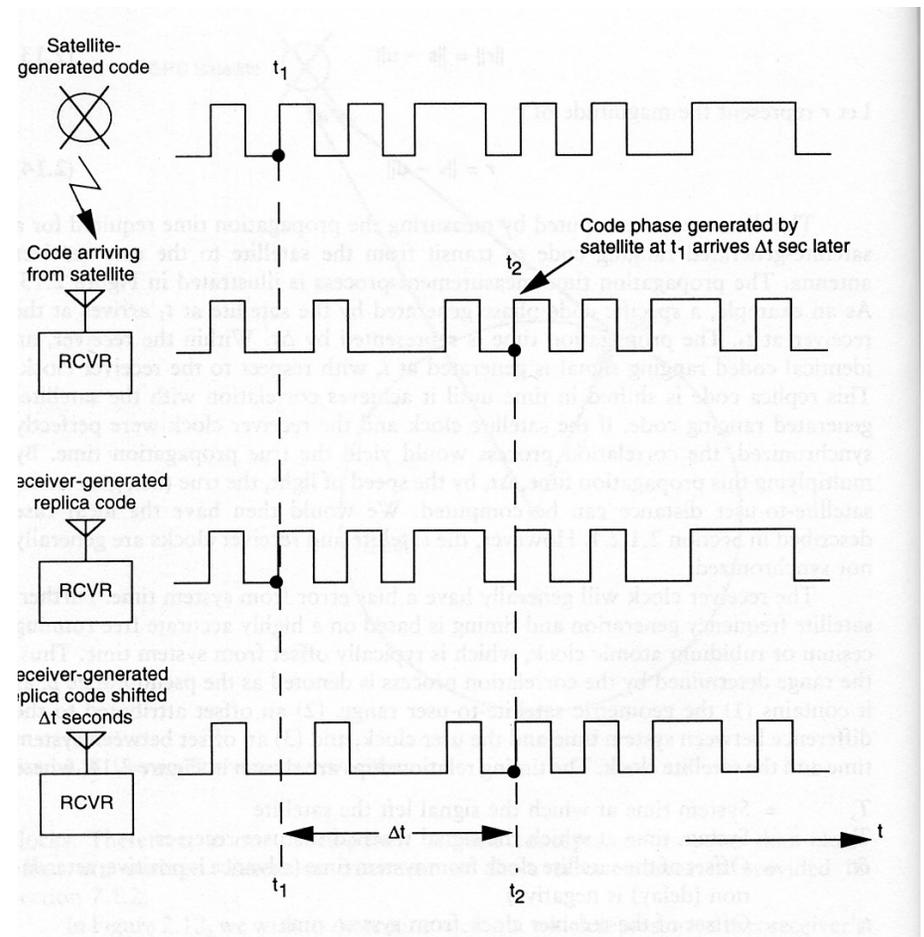
# Que font les récepteurs GPS?

- Maintiennent une (mauvaise) horloge.
- Pour chaque satellite, lisent le code PRN reçu:
  - Mesurent le temps de propagation de ce code jusqu'au récepteur
  - Distance = temps de propagation x vitesse de la lumière
  - Facile, peu coûteux, temps réel
  - Aussi précis que la mesure de  $t_r - t_e$  soit  $\sim 1-10$  m
- Enregistrent la phase de la porteuse:
  - Si on pouvait compter le nombre total de cycles de porteuse  $n$  écoulés du satellite au récepteur...
  - ... alors distance =  $n \times$  longueur d'onde de la porteuse
  - Difficile, nécessite un post-traitement des mesures de phase
  - Aussi précis que la mesure de phase, soit  $\sim 1$  mm



# Mesures de codes

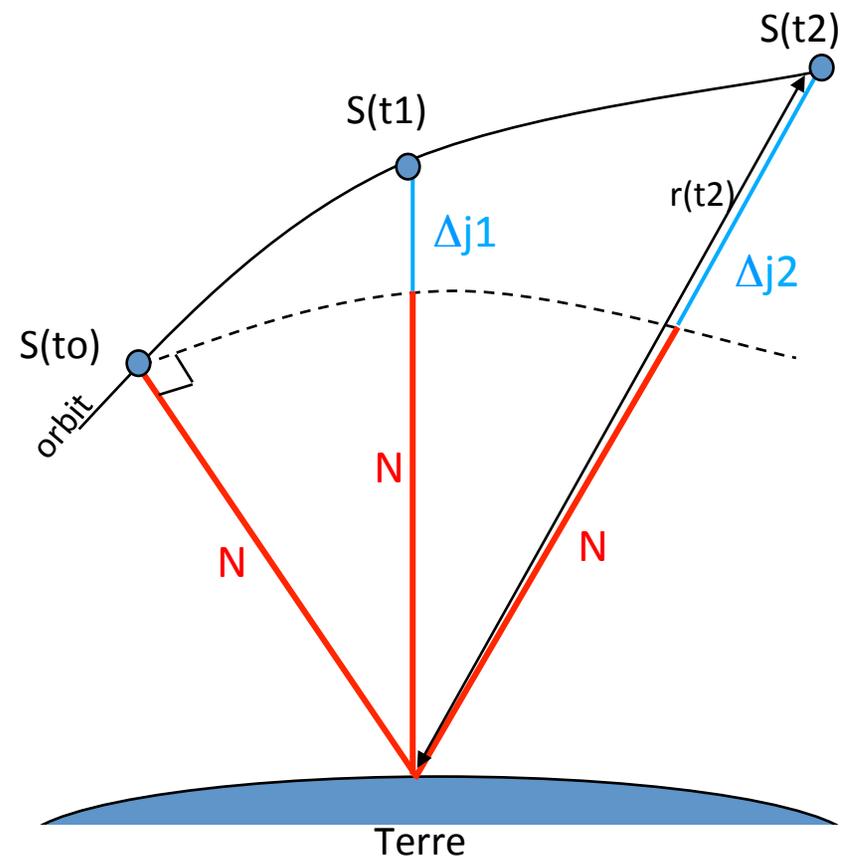
- Chaque satellite transmet deux codes binaires:
  - « Coarse acquisition » = code C/A code (civil)
  - « Precise » = code code (militaire, crypté)
- Les récepteurs produisent une réplique interne de chaque code:
  - Décalent progressivement la réplique interne...
  - ... jusqu'à trouver la corrélation maximale avec le signal reçu
- Précision de la corrélation inversement proportionnel au débit binaire:
  - C/A code = 3 m
  - P code = 0.3 m
- Distance mesurées par corrélation des mesures de code: peu précises (mais absolues)



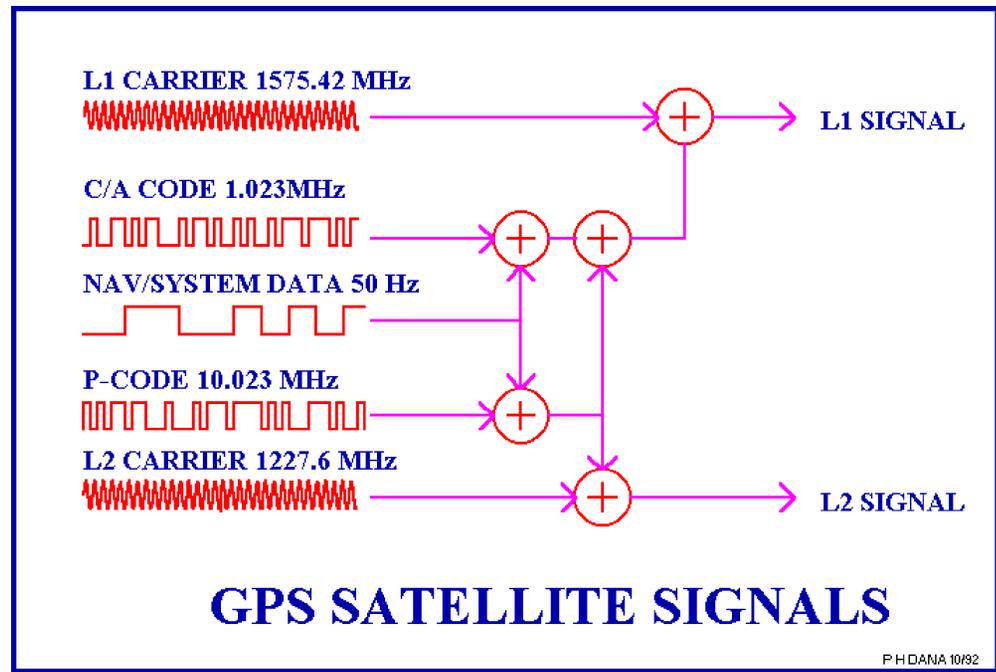
Principle of code measurement in a GPS receiver

# Mesures de phase

- La mesure de phase peut être convertie en distance en la multipliant par la longueur d'onde de la porteuse: un autre moyen de mesurer la distance satellite-récepteur.
- Récepteurs modernes capables de mesurer la phase avec une précision de  $0.005 \text{ cycle} = 0.005 \times 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ mm}$
- Mesures de phases sont très précises...
- ...mais ambiguës: le récepteur commence à suivre la porteuse à  $t_0$ , compte le nombre de cycles  $\Delta j(t)$  depuis  $t_0$ , mais le nombre initial de cycles  $N$  à  $t_0$  est inconnu = ambiguïté de phase.
- $N$  reste constant tant que le récepteur ne perd pas le satellite



# Au final, les observables GPS



- 5 observables possibles:
  - 2 mesures de phase
    - $\varphi_1$  and  $\varphi_2$ : sur L1 et L2, en cycles
    - Précision < 1 mm
  - 3 mesures de pseudodistances:
    - $C/A$ ,  $P1$ ,  $P2$ : mesures de pseudo-distances, en mètres
    - Précision = 3 m with  $C/A$  code, 0.3 m with P code

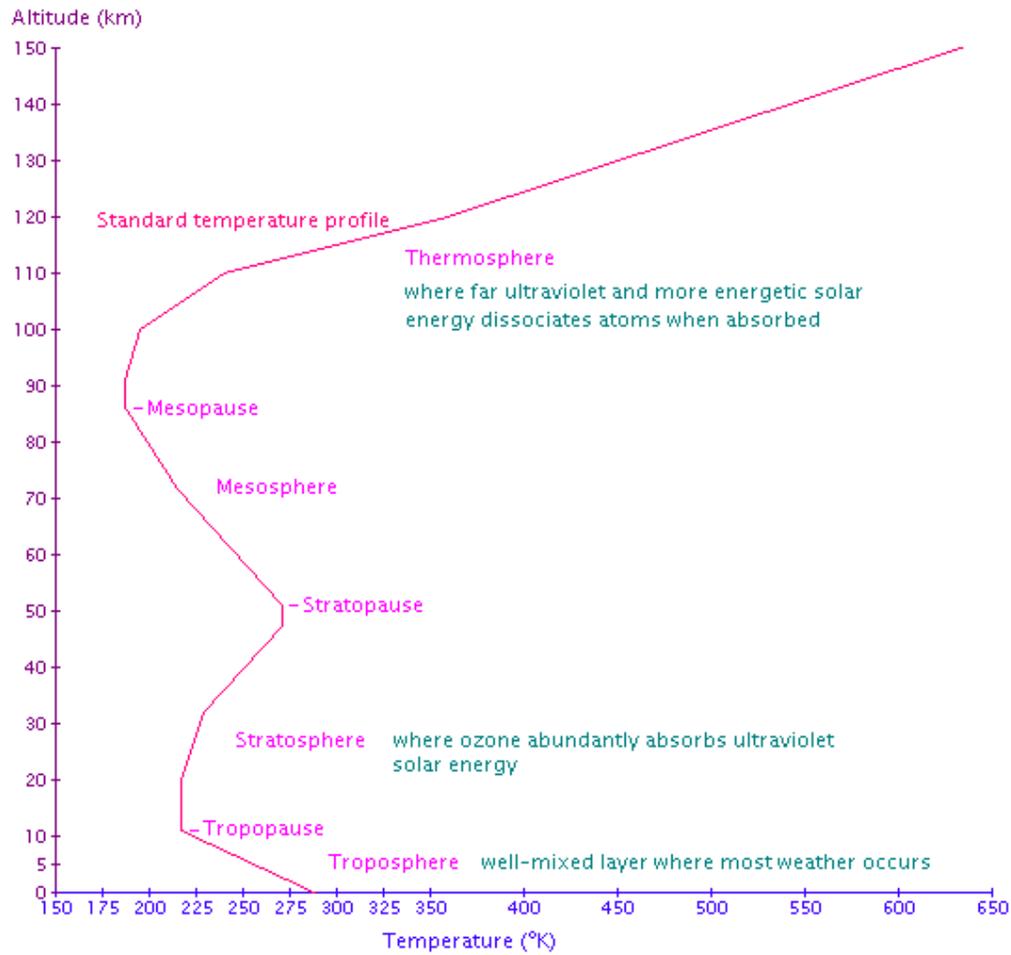
(plus Doppler =  $d\varphi/dt$ )

- Données stockées en format propriétaire, peuvent être traduites en format binaire d'échange = RINEX

```
02 11 30 0 0 30.0000000 0 8G14G 7G31G20G28G 1G25G11
-7096034.24049 -5509904.97345 23971309.103 23971309.038 23971310.842
-12570276.74149 -9768618.40046 23379169.469 23379168.448 23379172.496
-4157689.84249 -3201324.38045 24195891.298 24195890.733 24195894.168
-25480193.34249 -19826614.77248 20670858.774 20670857.983 20670861.191
-5589280.20049 -4319738.39345 24553697.713 24553697.259 24553700.349
-10252537.24449 -7918950.15946 23060092.127 23060091.841 23060095.687
-4143445.15949 -2509987.53445 24581180.488 24581179.713 24581183.992
-29659606.34049 -23089397.33548 20312382.965 20312382.530 20312384.719
```

Block de données RINEX

# Réfraction dans l'atmosphère



- Problème: le signal électromagnétique est réfracté lors de sa propagation dans l'atmosphère
  - Courbure: négligeable
  - Ralentissement
- Ralentissement:
  - Troposphère: fonction de P, T, H – quelques mètres
  - Ionosphère: fonction de la densité électronique – jusqu'à plusieurs dizaines de mètres
- Un modèle (plus) complet est donc:
 
$$R_r^S = \rho_r^S + c\delta t + I_r^S + T_r^S + \dots$$
  - T = délai troposphérique
  - I = délai ionosphérique
  - +... = autres sources d'erreur

# Modèles des observations GPS

## Code (mètres):

$$R_i^k(t) = \rho_i^k(t) + c(h^k(t) - h_i(t)) + I_i^k(t) + T_i^k(t) + MP_i^k(t) + \varepsilon$$

## Phase (cycles):

$$\Phi_i^k(t) = \rho_i^k(t) \times \frac{f}{c} + (h_i(t) - h^k(t)) \times f + I_i^k(t) + T_i^k(t) + MP_i^k(t) - N_i^k + \varepsilon$$

$R$  = pseudorange measurement

$\Phi$  = carrier phase measurement

$r$  = satellite-receiver geometric distance

$c$  = speed of light

$f$  = carrier frequency

$h^k$  = satellite clock bias,  $h_i$  = receiver clock bias

$I$  = ionospheric propagation error

$T$  = tropospheric propagation error

$MP$  = multipath

$N$  = phase ambiguity

$\varepsilon$  = other small errors, including receiver noise

(ranges in meters, time in seconds, phase in cycles)

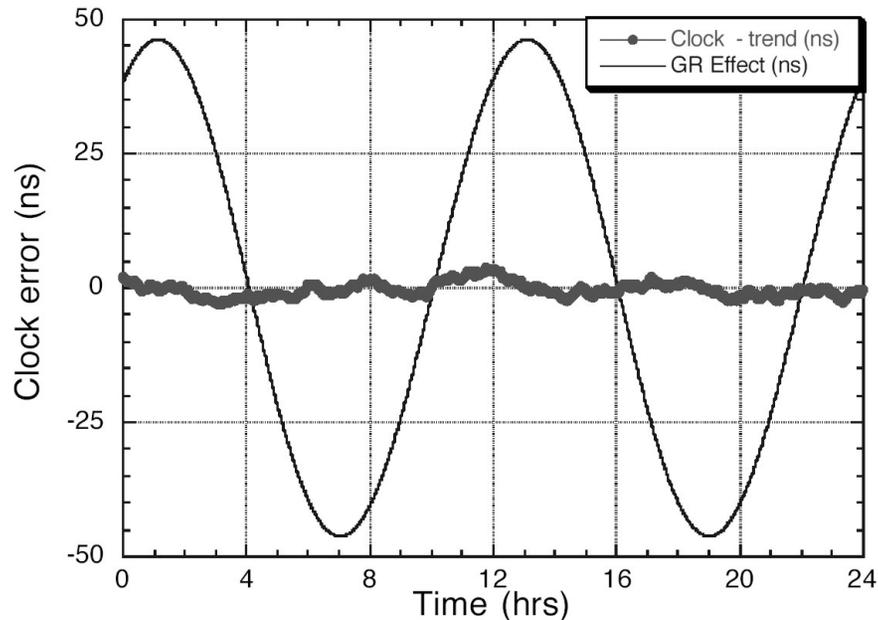
**Avec:** 
$$\rho_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2}$$

$X^k, Y^k, Z^k$  = coordonnées du satellite

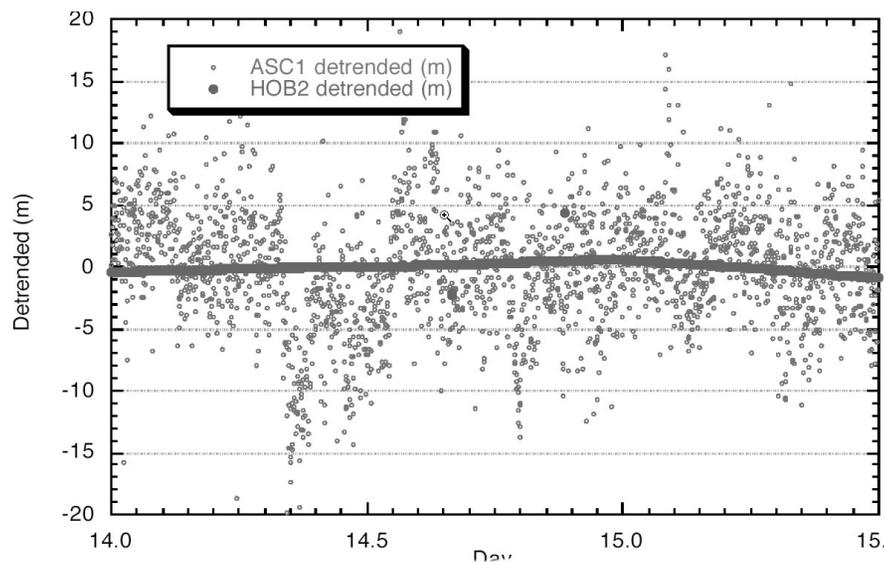
$X_i, Y_i, Z_i$  = coordonnées du receptr

## SAT

PRN 03 Detrended;  $e=0.02$



## RCV



# Erreurs d'horloge

- Satellites:
  - $S/A \Rightarrow \sim 200$  ns
  - Actuellement  $\sim 5$  ns = 1.5 m
  - L'IGS produit des corrections précises
- Récepteurs:
  - Biais d'horloge peuvent atteindre des kms...
  - Comportement souvent complexe: dérive long terme + variations chaotiques
- Astuce: élimination des biais d'horloge par « doubles différences »

# Double différences

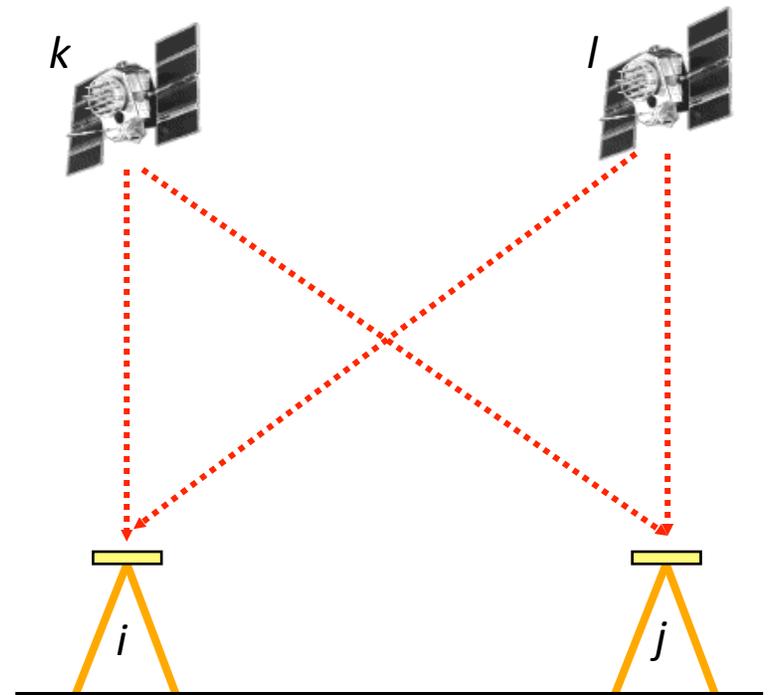
Différence des observables de phase entre 2 sat. (k,l) et 2 réc. (i,j) en mètres:

$$\begin{aligned}L_{ij}^{kl} &= (L_i^k - L_i^l) - (L_j^k - L_j^l) \\ &= (\rho_i^k - \rho_i^l - \rho_j^k + \rho_j^l) - c(h^k - h_i - h^l + h_j - h^k + h_i + h^l - h_j) - \lambda(N_i^k - N_i^l - N_j^k + N_j^l) \\ &= \rho_{ij}^{kl} - \lambda N_{ij}^{kl}\end{aligned}$$

⇒ Les biais d'horloge  $h_s(t)$  et  $h_r(t)$  sont éliminés (mais le nombre d'observations a diminué)

⇒ Les erreurs communes aux récepteurs  $i$  et  $j$  s'annulent aussi (en partie):

- Les erreurs dues à la réfraction atmosphérique sont minimisées si les récepteurs sont suffisamment proches.
- Les lignes de base courtes sont donc plus précises que les longues.



# Refraction troposphérique

- Dépend de pression, température, humidité relative:
  - Pression, température: évoluent de façon prédictible avec l'altitude
  - Humidité: pas du tout, ni latéralement...
- Comment s'affranchir du délai troposphérique?
  - Corrections:
    - À partir de mesures de surface et d'un modèle qui extrapole en altitude – difficile pour l'humidité
    - À partir de mesures en fonction de l'altitude: ballons sondes, radiomètres
    - À partir de modèles météo
  - Estimation directe du délai troposphérique:
    - Une inconnue supplémentaire dans le problème (en plus des coordonnées et de l'ambiguïté de phase)
    - Avantage: si on peut calculer le délai troposphérique et qu'on mesure la pression au sol, on peut calculer la vapeur d'eau précipitable...

# « Météorologie GPS »

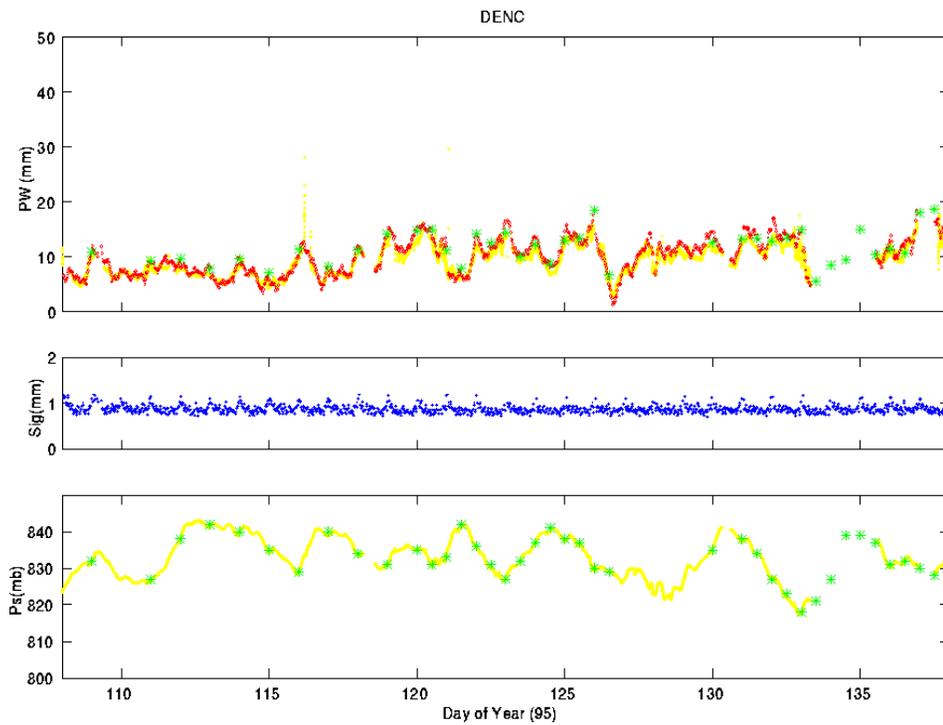


Fig. P. Fang

Rouge = estimations GPS  
Jaune = mesure par radiomètre à vapeur d'eau  
Etoiles vertes = radiosondages

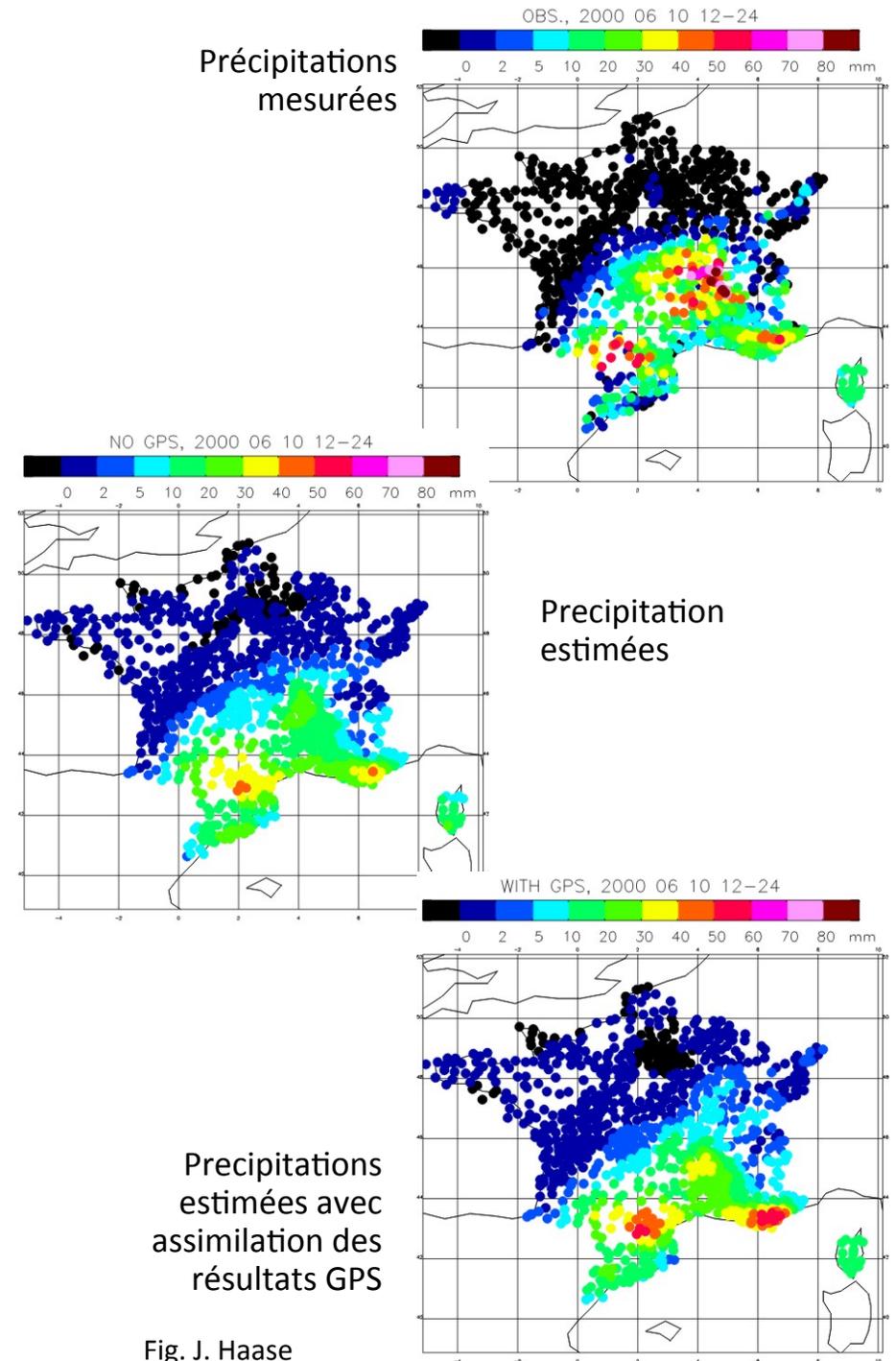


Fig. J. Haase

# Réfraction ionosphérique

- Délai ionosphérique:
  - Proportionnel a la densité électronique dans l'ionosphère
  - Inversement proportionnel au carre de la fréquence incidente
  - Densité électronique: varie avec l'heure du jour, la latitude, etc.

$$I_1 = \frac{A}{cf_1^2} IEC$$

$$I_2 = \frac{A}{cf_2^2} IEC$$

- On peut utiliser cette propriété pour former une combinaison linéaire  $\varphi_{LC}$  des observables  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ :
  - Indépendante du délai ionosphérique
  - Nécessite des récepteurs bi-fréquence

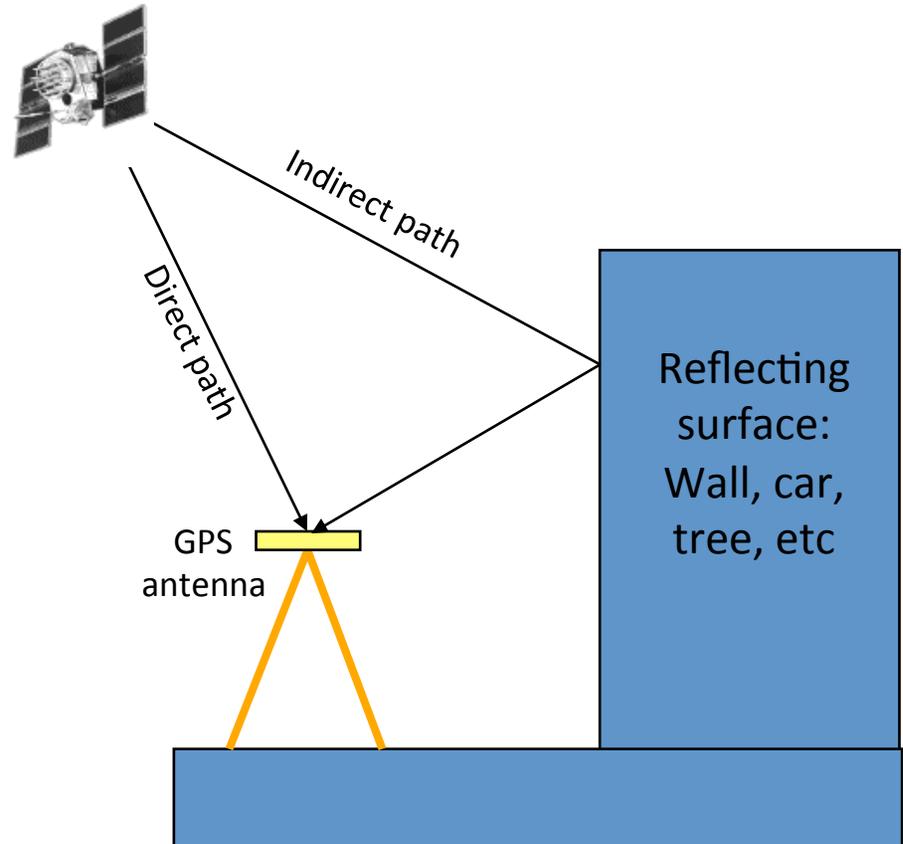
$$\varphi_{LC} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \varphi_1 - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \varphi_2$$

$$\varphi_{LC} = 2.546 \times \varphi_1 - 1.984 \times \varphi_2$$

- Récepteurs monofrequence:
  - Correction par modèle empirique (fourni avec orbites radio-diffusées)
  - Mesures relatives entre sites proches.

# Multitrajets

- Le signal GPS peut être réfléchi par des surfaces proches de l'antenne
- Magnitude:
  - Jusqu'à plusieurs mètres pour les mesures de code
  - Quelques cm pour les mesures de phase
- Le multitrajet se répète de jour a jour car la configuration de la constellation GPS se répète toutes les 24 h
- Meilleure solution: choisir des sites "propres"



# Précision

- Mesures répétées sur un même site (immobile): on peut calculer la dispersion des positions successives par rapport a leur moyenne (= répétabilité):

$$wrms = \sqrt{\frac{\frac{N}{N-1} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y})^2}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}}$$

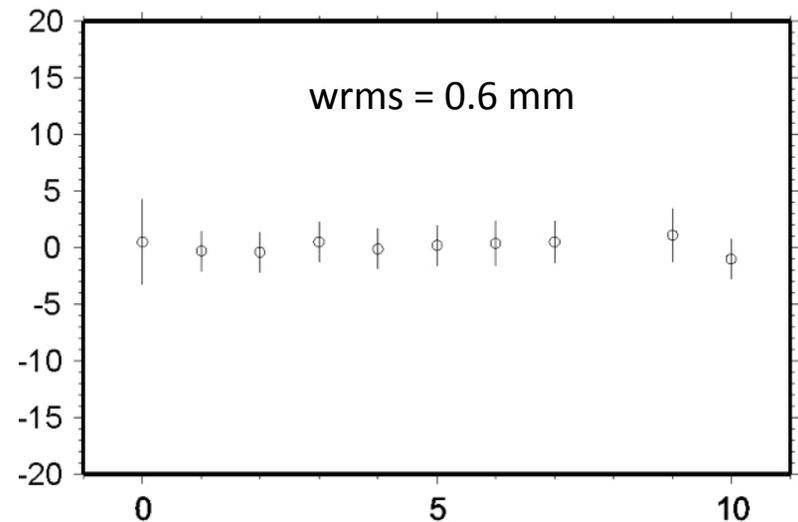
$y_i$  et  $\sigma_i$  = position and incertitude

$N$  = nombre de mesures

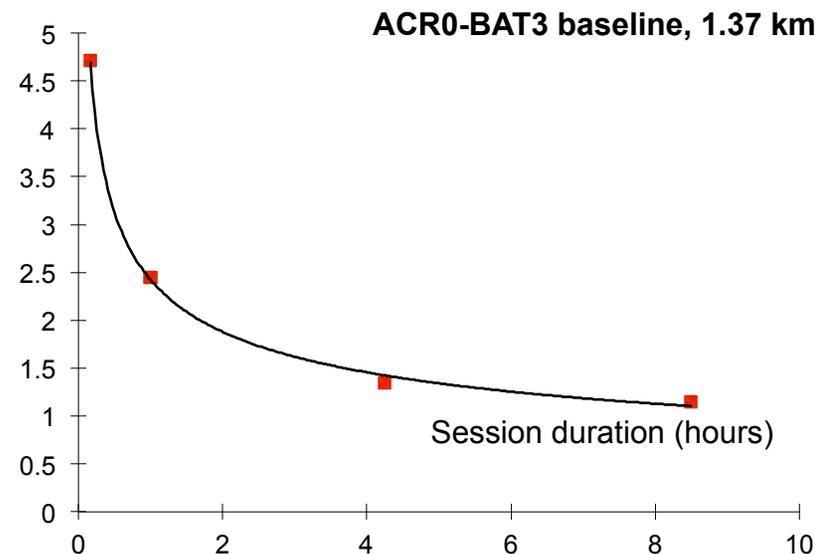
$\hat{y}$  = moyenne de la serie de mesure

- Répétabilité = une mesure de la précision des coordonnées estimées

Ligne de base de 10 km observée pendant 10 jours, une solution par jour (L1)



Même ligne de base, mais on diminue la quantité de données utilisées à 8 h, 4 h, 1 h, 15 mn

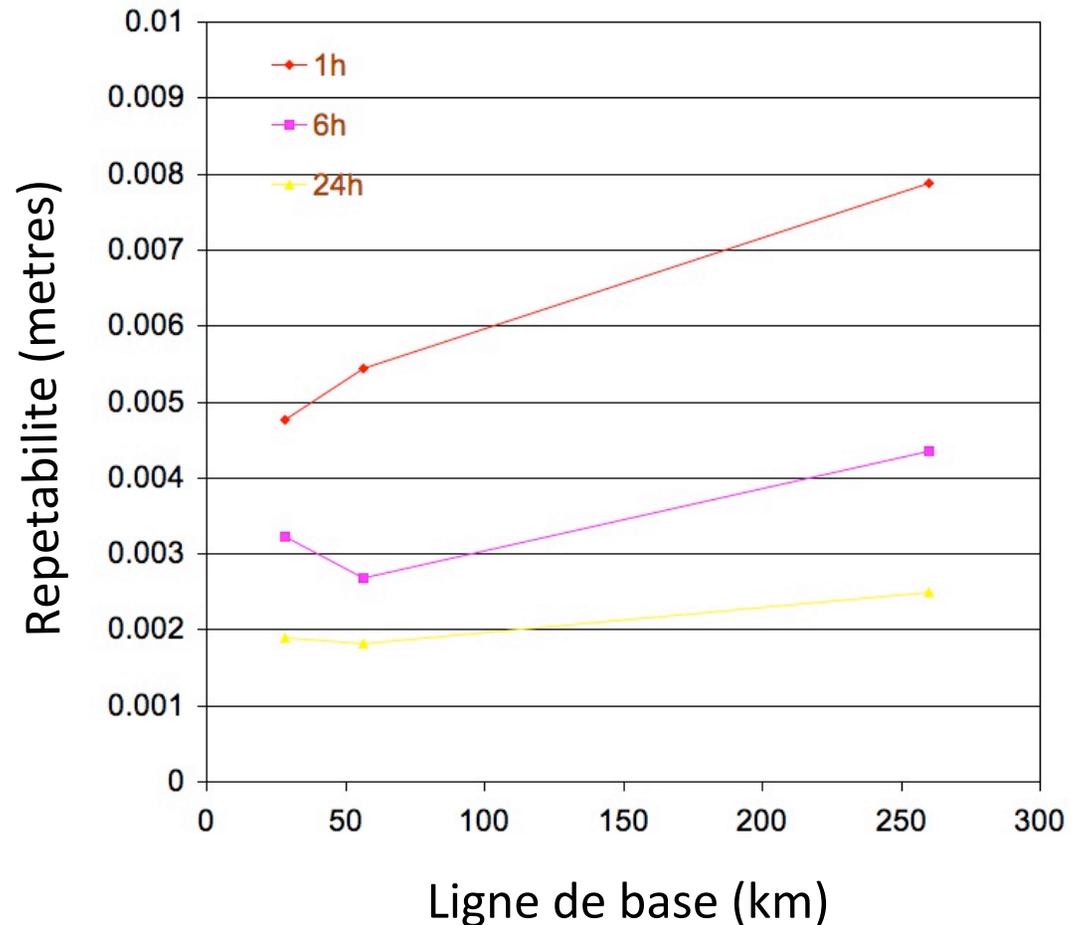


# Précision

- Trois lignes de bases observées en continu pendant plusieurs jours
- Longueurs = 30, 60 et 260 km
- Traitement sophistiqué des données de phase (LC) avec un logiciel de recherche

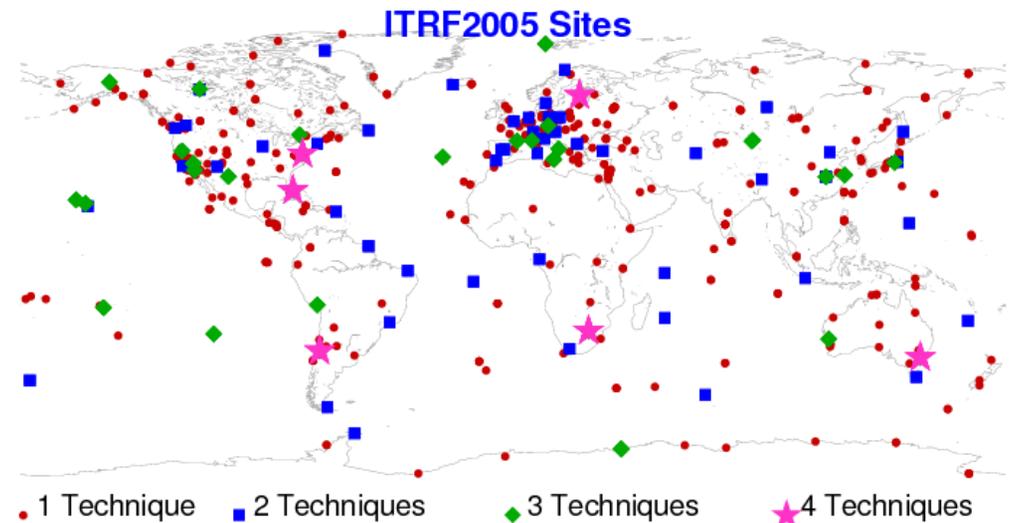
⇒ La précision dépend de:

- La longueur des lignes de base
- La durée d'observation



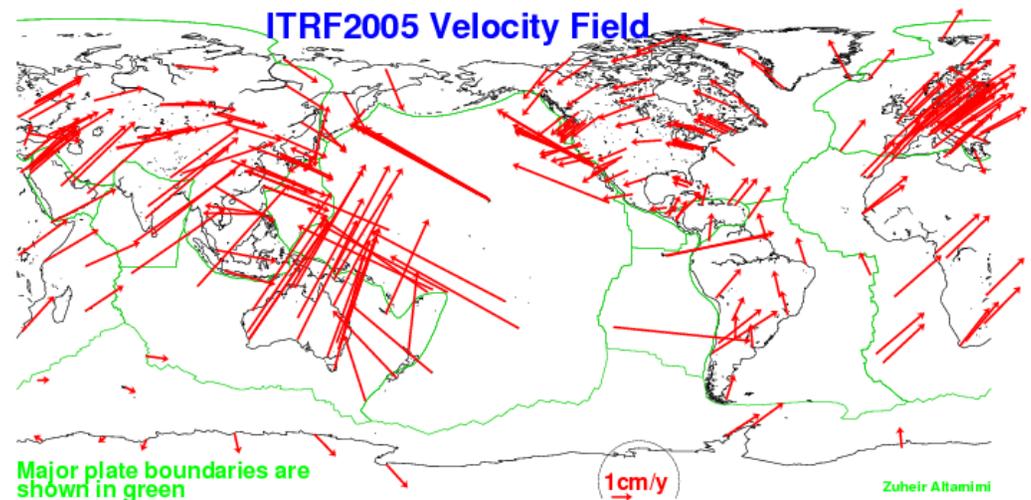
# Le référentiel terrestre international

- Défini par les positions et vitesses d'un ensemble de stations géodésiques de référence
- ITRF calculé à partir de mesures => s'améliore avec le temps
- Première version en 1989 (ITRF-89), version actuelle ITRF-2005
- Pour les applications GPS grande échelle, on inclut des stations bien définies dans ITRF pour rattacher les coordonnées estimées à ITRF.



Map of ground geodetic stations used in the definition of the ITRF-2005.  
Note that some stations benefit from several observation techniques in colocation

Below: surface velocities associated with ITRF2005



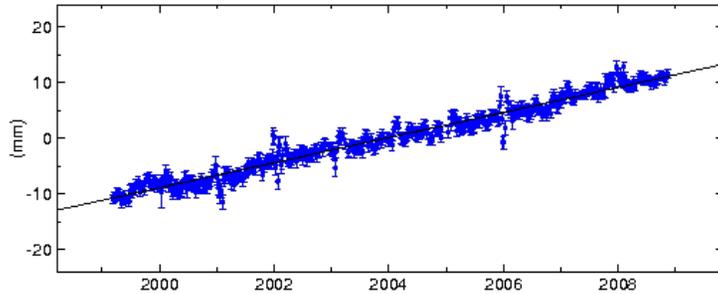
Major plate boundaries are shown in green

1cm/y

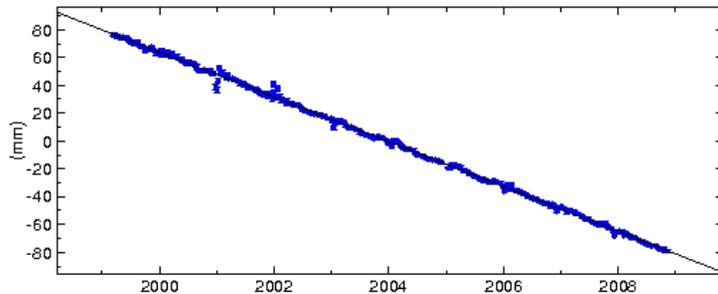
Zuheir Altamimi

# Series temporelles de positions

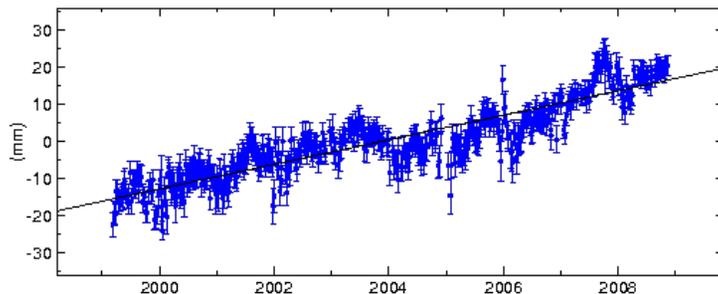
ALGO North Offset 5115776.281 m  
rate(mm/yr)=  $2.26 \pm 0.01$  nrms= 1.20 wrms= 1.1 mm #471



ALGO East Offset 21818305.279 m  
rate(mm/yr)=  $-16.10 \pm 0.01$  nrms= 1.30 wrms= 1.2 mm #471

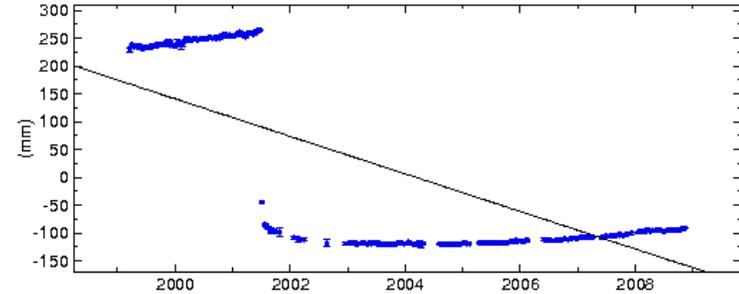


ALGO Up Offset 200.885 m  
rate(mm/yr)=  $3.31 \pm 0.05$  nrms= 1.29 wrms= 4.2 mm #471

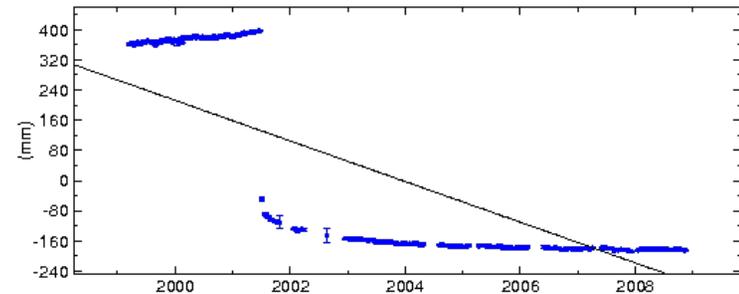


GMT 2008 Dec 3 11:19:44 p: 9

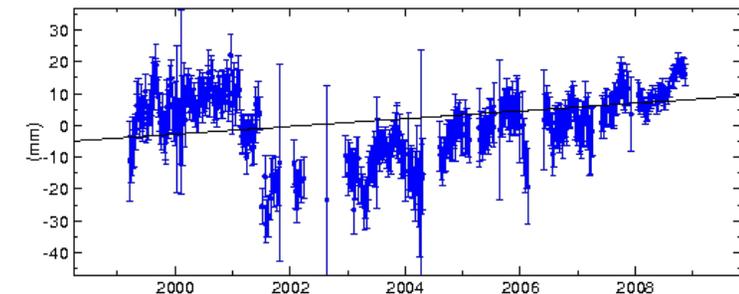
AREQ North Offset -1832932.620 m  
rate(mm/yr)=  $-33.73 \pm 0.02$  nrms= 60.93 wrms= 87.2 mm #378



AREQ East Offset 30799611.481 m  
rate(mm/yr)=  $-53.82 \pm 0.03$  nrms= 72.47 wrms= 117.5 mm #378



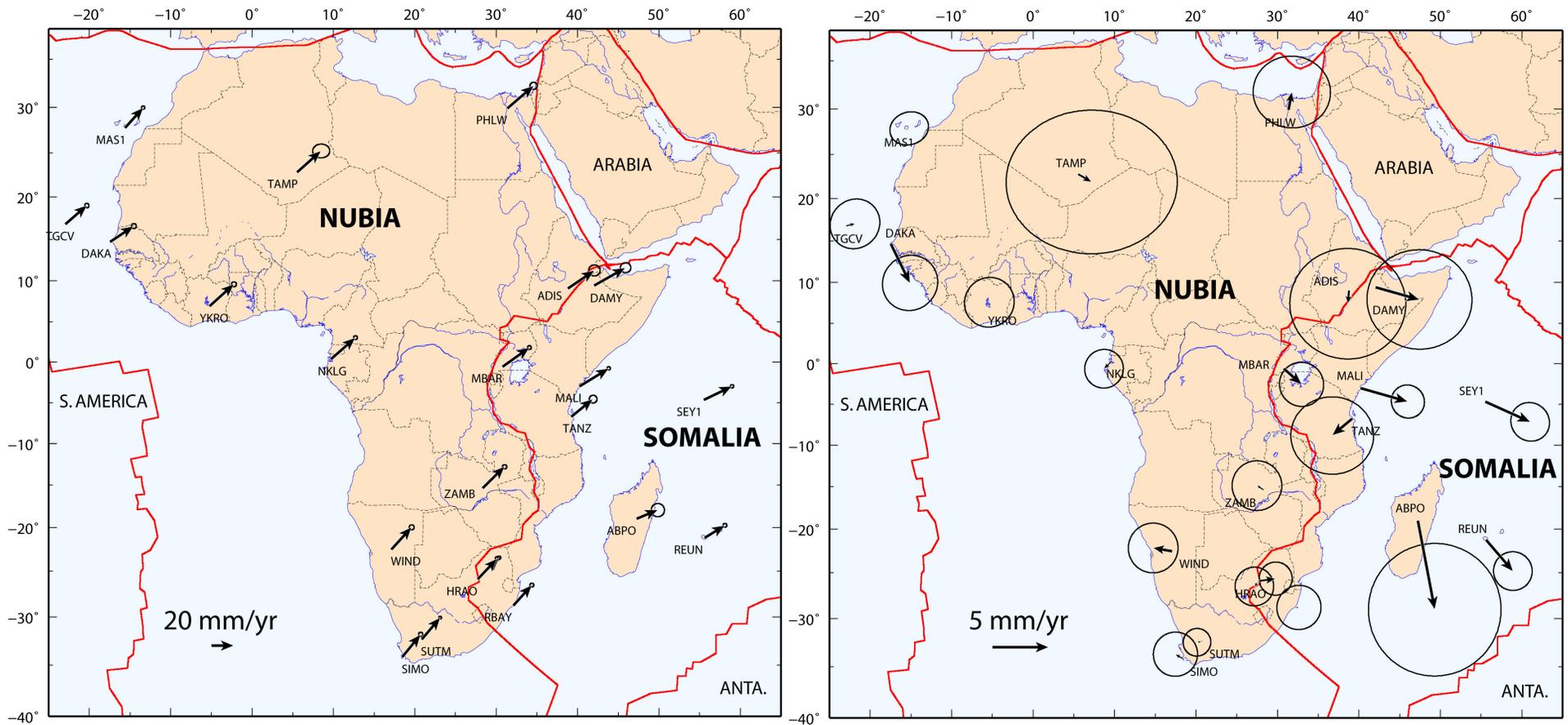
AREQ Up Offset 2488.908 m  
rate(mm/yr)=  $1.22 \pm 0.08$  nrms= 1.78 wrms= 9.3 mm #378



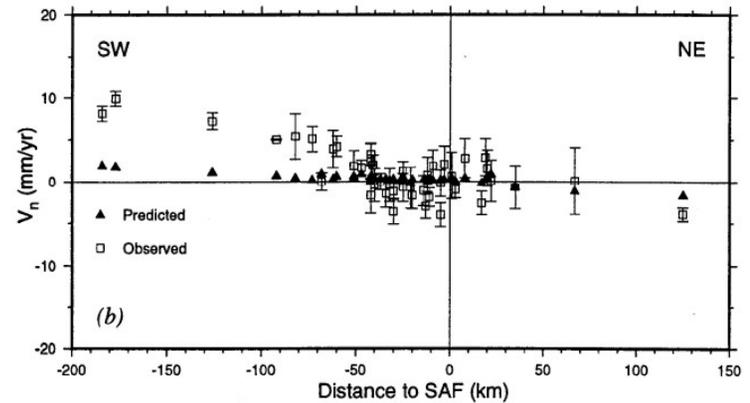
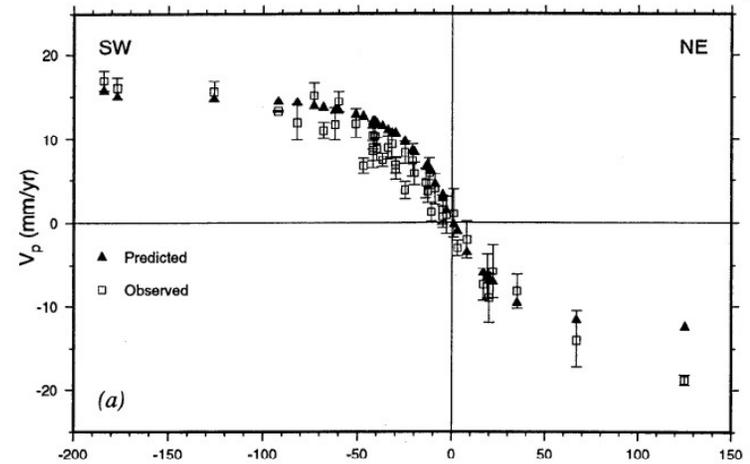
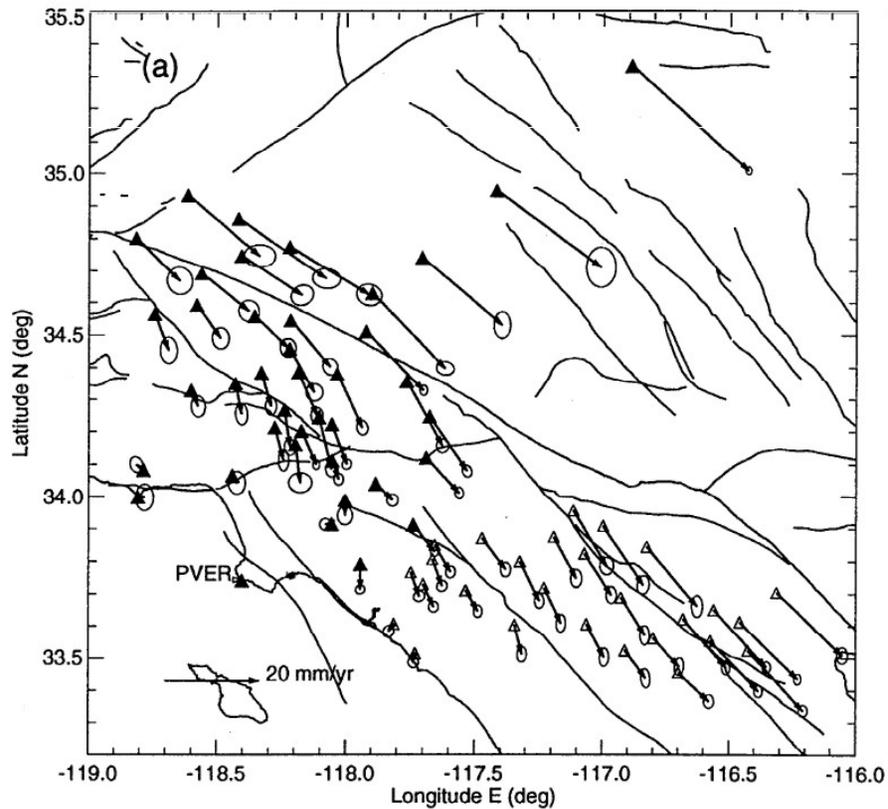
GMT 2008 Dec 3 11:19:48 p: 19



# La cinématique Nubie-Somalie



# Accumulation de déformation élastique sur les failles actives



Shen et al., JGR, 1996: GPS network in southern California, 6 years of campaign measurements combined with 20 years of triangulation and trilateration