

Chapitre 2

Cinématique des plaques

Table des matières

2 Cinématique des plaques	1
2.1 Introduction	3
2.2 Sur une Terre plate	4
2.2.1 Le principe	4
2.2.2 Opérations simples	5
2.2.3 Points triples	6
2.2.4 Un exemple réel	8
2.3 Sur une Terre sphérique	10
2.3.1 Le principe	10
2.3.2 Un exemple	14
2.3.3 Les observables géologiques	15
2.3.4 Les rotations angulaires, problème direct	20
2.3.5 Le calcul des rotations angulaires : problème inverse	23
2.3.6 Un exemple : la divergence Nubie–Somalie	28
2.4 Modèles cinématiques instantanés	32
2.4.1 Modèles cinématiques géologiques	32
2.4.2 Modèles cinématiques géodésiques	34
2.4.3 Comparaison modèles géologiques–géodésiques	37
2.5 Le repère des points chauds	39
2.6 La condition de non rotation globale	41

2.1 Introduction

La théorie de la tectonique des plaques explique un grand nombre d’observations géologiques de premier ordre. Elle est de plus prédictive car certaines de ces observations géologiques permettent de calculer les mouvements relatifs de plaques

rigides et, de fait, de prédire les mouvements attendus le long de l'ensemble des frontières des plaques tectoniques. Ces observations géologiques, valides sur des temps longs – plusieurs millions d'années – sont maintenant comparables aux estimations des mouvements actuels des plaques fournies par des mesures de géodésie spatiale.

L'objectif de ce deuxième chapitre est de décrire les outils qui permettent de quantifier les mouvements des plaques tectoniques à partir d'observations géologiques (anomalies magnétiques des dorsales et directions des failles transformantes) ou géodésiques.

2.2 Sur une Terre plate

2.2.1 Le principe

Supposons, comme illustré sur la figure 2.1, une plaque rigide B de forme triangulaire en rotation par rapport à la plaque A fixe autour d'un axe vertical passant par le point E et de vecteur directeur unitaire \vec{n} . On appelle E , intersection de l'axe de rotation avec la surface de la Terre, le "pole de rotation" décrivant le mouvement relatif des deux plaques. On définit une vitesse de rotation angulaire ω autour de cet axe. On peut alors définir la rotation relative de la plaque B par rapport à A par le vecteur rotation angulaire ${}_A\vec{\omega}_B = \omega\vec{n}$ en radians par an. La vitesse linéaire du point b sur la plaque B par rapport à la plaque A est donné par :

$$\vec{v}_b = \vec{r} \wedge {}_B\vec{\omega}_A \quad (2.1)$$

avec $\vec{r} =$ vecteur \vec{bE} . De fait :

- Les vitesses linéaires augmentent avec la distance $\|\vec{bE}\|$.
- Leur direction reste perpendiculaire à \vec{bE} et à ${}_B\vec{\omega}_A$.

Une conséquence de ce dernier point est que \vec{v}_b est en tout point tangent à un cercle de rayon $\|\vec{r}\|$ centré sur le point E . Ces cercles sont indiqués en tireté noir sur la figure 2.1. Nous verrons plus loin que, sur un Terre sphérique, on les nomme "petits cercles"¹.

Il est trivial de représenter la rotation de la plaque A par rapport à B car :

$${}_A\vec{\omega}_B = -{}_B\vec{\omega}_A \quad (2.2)$$

Dans le cas de la figure 2.1, la cinématique et la géométrie de la plaque B impliquent trois types de frontières avec la plaque A :

1. **Divergente** : correspond par exemple à une ride d'accrétion océanique. Celles-ci sont le plus souvent très linéaires et perpendiculaires aux failles transformantes – donc perpendiculaires aux vitesses relatives des plaques à leur voisinage.
2. **Convergente** : correspond par exemple à une fosse de subduction. Celles-ci sont généralement arquées et leur direction n'est pas nécessairement perpendiculaire aux vitesses relatives des plaques à leur voisinage.

1. Ils sont en effet l'équivalents de parallèles géographiques, par opposition aux "grand cercles" qui sont l'équivalent des méridiens.

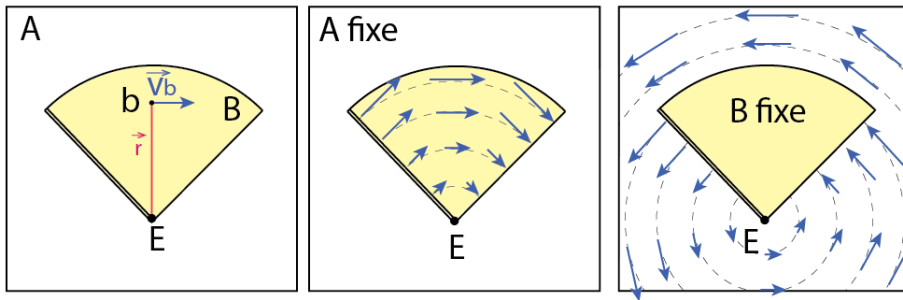


FIGURE 2.1 – Mouvement relatif de deux plaques, A et B, autour d'un axe de rotation passant par le point E et perpendiculaire au plan du schéma. D'après Cox., 1989.

3. **Décrochante** : correspond à une faille transformante. La faille décrochante parfaite est nécessairement courbe et suit un petit cercle centré sur E. Sa direction est parallèle à la direction des vitesses relatives des plaques à son voisinage.

2.2.2 Opérations simples

Les vitesses des plaques sont toujours relatives à une plaque fixe décidée a priori. On peut donc représenter le mouvement relatif de trois plaques A, B, G séparées par exemple par deux rides d'accrétion à 20 et 60 mm/an par rapport à B ou par rapport à A de façon équivalente, comme le montre la figure 2.2. On change de plaque de référence par simple soustraction.

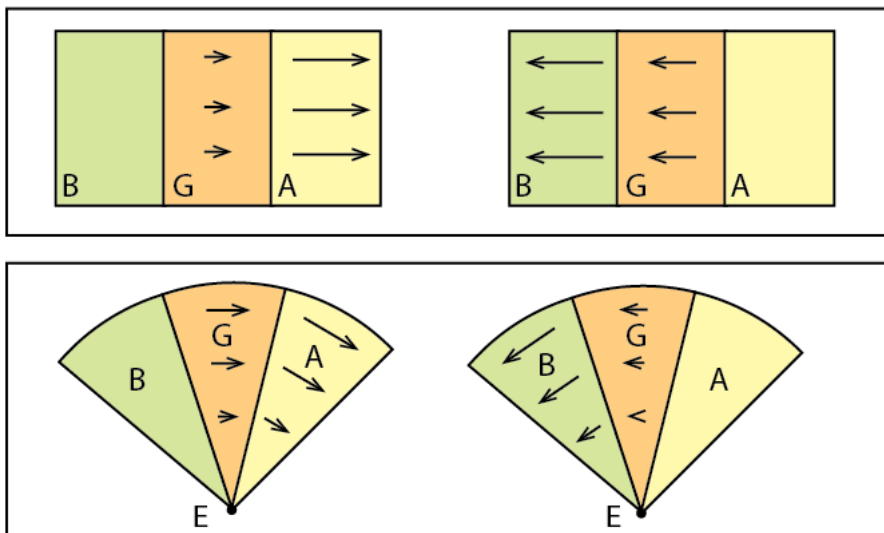


FIGURE 2.2 – Combinaison du mouvement relatif de 3 plaques, en translation (haut), en rotation (bas). D'après Cox., 1989.

Dans le cas de translations pures : \vec{v} est constant pour tout point de chaque plaque. On a donc directement :

$${}_A\vec{v}_B = {}_A\vec{v}_G + {}_G\vec{v}_B. \quad (2.3)$$

Dans le cas de plaques en rotation autour d'un axe, le principe est le même mais \vec{v} varie au travers d'une plaque en fonction de la distance au pôle de rotation. On peut cependant écrire que pour tout point i :

$$({}_A\vec{v}_B)_i = ({}_A\vec{v}_G)_i + ({}_G\vec{v}_B)_i. \quad (2.4)$$

Cette équation s'applique aussi à la cinématique des plaques sur une Terre sphérique.

2.2.3 Points triples

Généralités

Les frontières de plaques se recoupent en des points triples, comme illustré sur la figure 2.3. Dix configurations de points triples sont théoriquement possibles pour 3 types de frontière : ride, fosse, transformante.

Les vecteurs décrivant les mouvements relatifs des 3 plaques forment triangle fermé :

$${}_A\vec{v}_B + {}_B\vec{v}_C + {}_C\vec{v}_A = \vec{0}. \quad (2.5)$$

Ceci permet de déterminer les mouvements relatifs instantanés des trois plaques à partir d'informations partielles.

Supposons par exemple 3 plaques A , B , C en translation comme indiqué sur la figure 2.4. On donne :

- AB = faille transformante, 3 mm/an, direction N135E.
- BC = subduction, 3 mm/an, direction N45E.

Calculer le mouvement relatif le long de la frontière AC. De quelle type de frontière de plaque s'agit-il ?

On écrit : ${}_A\vec{v}_C = {}_A\vec{v}_B + {}_B\vec{v}_C$, ce qui donne ${}_A\vec{v}_C = 4.3$ mm/an et direction = N90E. Il s'agit donc d'une frontière de plaques transformante dextre.

Quelques exemples (tirés de T&S)

Les point triples sont rarement des configurations cinématiques stables. Le cas le plus simple est celui d'un point triple RRR :

- Soit une ride de direction NS avec ${}_Bv_A = 100$ mm/yr qui intersecte une ride de direction N110 avec ${}_Cv_B = 80$ mm/an.
- Problème : azimuth α de la frontière AC et vitesse relative ${}_Cv_A$?
- Les vecteurs décrivant les mouvements relatifs des 3 plaques forment triangle fermé.
- On utilise la loi des cosinus pour trouver ${}_Cv_A$:

$${}_Cv_A^2 = {}_Bv_A^2 + {}_Cv_B^2 - 2{}_Bv_A{}_Cv_B \cos 70 \quad (2.6)$$

soit ${}_Cv_A = 104.5$ mm/an

TABLE DES MATIÈRES

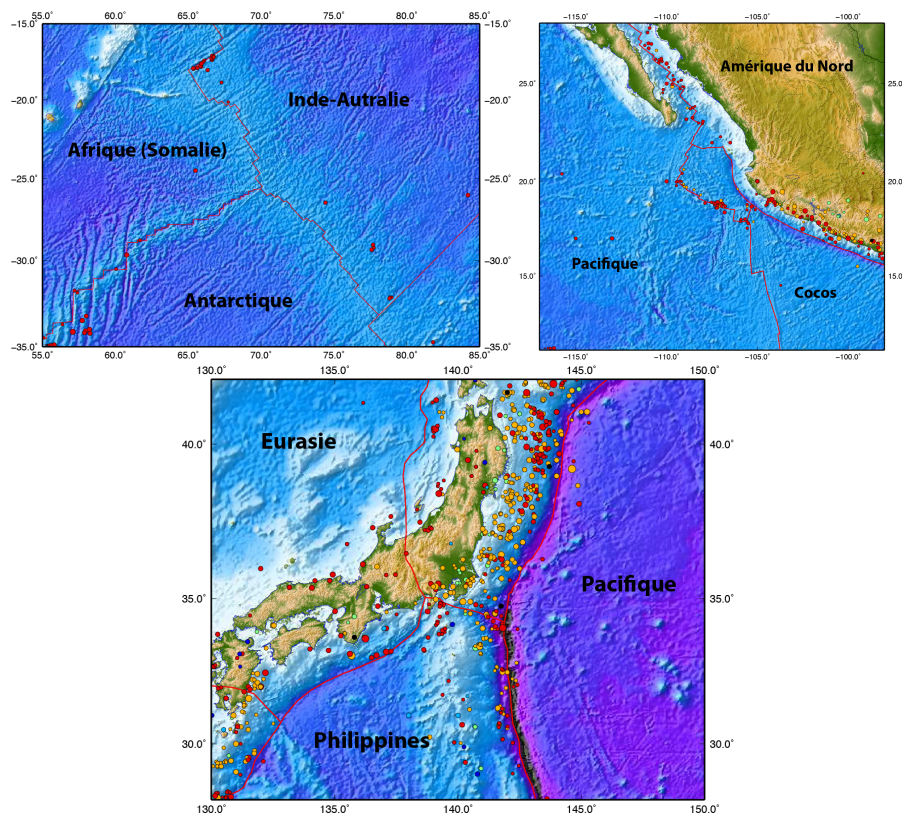


FIGURE 2.3 – Trois exemple de points triples : RRR Afrique (Somalie) – Antarctique – Australie (haut), RTF Eurasie – Pacifique – Philippines (milieu), TTT Pacifique – Cocos – Amérique du Nord (bas).

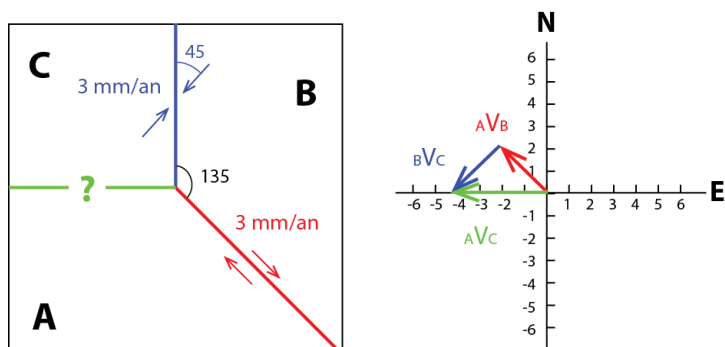


FIGURE 2.4 – Cinématique relative de trois plaques dont les frontières s'intersectent en un point triple au centre de la figure. Le schéma de droite représente la somme des vecteurs vitesses relatives au point triple, qui doit être nulle. Connaissant le mouvement relatif des plaques A–B et B–C, on en déduit donc celui entre A et C. D'après Cox, 1989.

— On utilise la loi des sinus pour trouver α :

$$\frac{Bv_C}{\sin\alpha} = \frac{Cv_A}{\sin 70} \quad (2.7)$$

soit $\alpha = 228.7^\circ$.

On note que la position du point triple dans cette configuration ne change pas avec le temps. Ce n'est pas le cas général.

Dans le cas d'une jonction triple TTT :

— Soit une fosse de direction NS intersectée par une fosse de direction N135. La vitesse de convergence $Av_B = 50$ mm/an dans une direction N225. La vitesse de convergence $Bv_C = 50$ mm/an dans une direction N270.

— En appliquant la même méthode que ci-dessus on trouve : $Cv_A = 92.4$ mm/an et $\alpha = 22.5^\circ$.

Dans cette configuration la position du point triple n'est pas stable : elle change avec le temps. Le point triple migre vers le sud avec une vitesse $Cv_A \sin \alpha = 35.4$ mm/an.

Dans le cas d'une jonction triple RTF :

— Soit une fosse et une transformante de direction NS intersectés par une ride de direction N255. La vitesse de coulissage $Bv_A = 50$ mm/an dans une direction N180. Le mouvement relatif Cv_A a de fait une direction N315, un suppose $Cv_A = 40$ mm/an.

— En appliquant la même méthode que ci-dessus on trouve : $Bv_C = 35.7$ mm/an et $\alpha = 52.4^\circ$.

Dans cette configuration le point triple migre vers le nord avec une vitesse $Cv_B \cos \alpha + Av_C \cos 45^\circ = 50.1$ mm/an.

2.2.4 Un exemple réel

On se trouve dans le NE Pacifique, au large des états américains de l'Orégon et de Washington, à la frontière entre les plaques Pacifique et Amérique du Nord (Figure 2.5). Des auteurs ont émis l'hypothèse de l'existence d'une plaque intermédiaire Juan de Fuca. La question posée est de savoir quelle est la nature de la frontière de plaques Juan de Fuca – Amérique du Nord (en fait de déterminer si cette plaque existe).

La cartographie des anomalies magnétiques et des failles transformantes sur la dorsale Juan de Fuca montre que le mouvement relatif JUFU/PCFC au point 44N/126W induit une vitesse dont la composante est v_e est 53.9 mm/an et nord v_n est -22.7 mm/an, soit 58.5 mm/an dans une direction N112.8.

Des mesures géodésiques le long de la faille de San Andreas montrent qu'en ce même point le mouvement relatif NOAM/PCFC induit une vitesse dont la composante est v_e est 20.3 mm/an et nord v_n est -42.6 mm/an, soit 47.2 mm/an dans une direction N154.6.

Le mouvement relatif JUFU/NOAM au point considéré est la différence vectorielle de JUFU/PCFC et PCFC/NOAM, $v_e=33.6$ mm/an et $v_n=20.0$ mm/an, soit 39.1 mm/an dans une direction N59.3. On prédit donc une convergence légèrement oblique entre les deux plaques, à une vitesse significative.

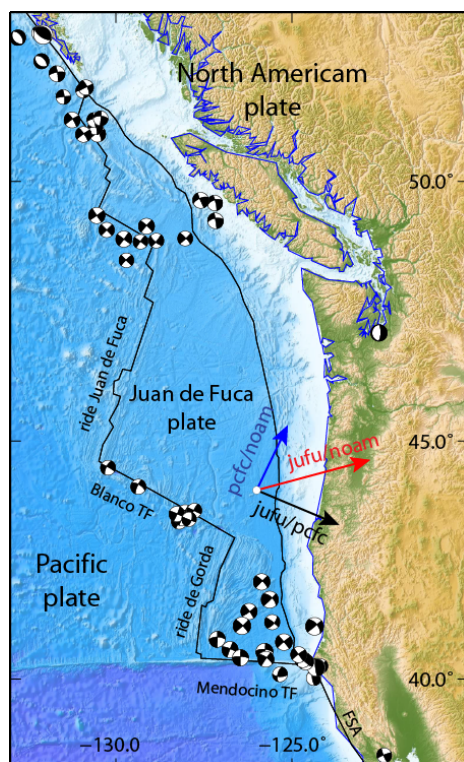


FIGURE 2.5 – Détermination du mouvement relatif entre les plaques Juan de Fuca et Amérique du Nord à partir de ceux entre les plaques Juan de Fuca et Pacifique – calculé à partir des anomalies magnétiques et des failles transformantes sur la dorsale Juan de Fuca – et entre Pacifique et Amérique du nord – calculé par mesures géodésiques le long de la faille de San Andreas. On obtient que le mouvement relatif JUFU/NOAM est de 39.1 mm/an dans une direction N59.3.

Il n'y a pas de fosse bien marquée au contact des deux plaques, ni de plan de Benioff très clair dans la sismicité. On observe cependant une chaîne volcanique andésitique active à terre, les Cascades, avec des volcans explosifs célèbres : Rainier, St Helens, Baker, Shasta. La subduction est donc restée longtemps énigmatique. Des campagnes océanographiques ont ensuite montré l'existence d'un prisme d'accrétion le long de la frontière de plaque. La faible sismicité est peut-être due à la faible vitesse de la subduction, impliquant que la lithosphère subduite se réchauffe avant de descendre profondément, inhibant les séismes intermédiaires et profonds ? Pas clair...

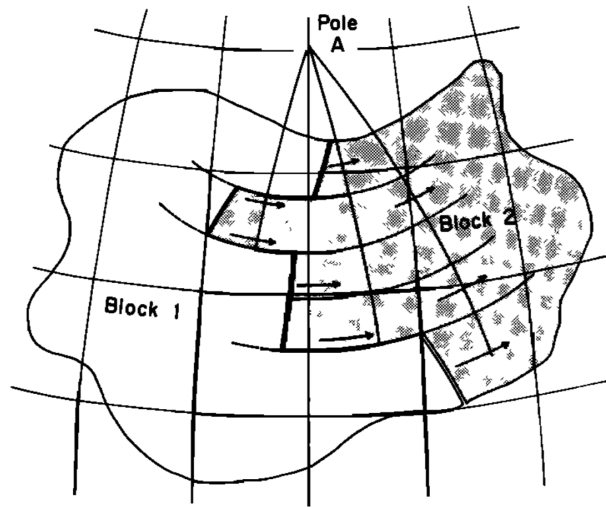


FIGURE 2.6 – “Sur une sphère, le mouvement d’un bloc 2 par rapport à un bloc 1 doit être une rotation autour d’un pôle. Toutes les failles le long de la frontière entre 1 et 2 doivent être des petits cercles centrés sur le pôle A”. Figure (et légende) tiré de la publication originale de J. Morgan “*Rises, Trenches, Great Faults, and Crustal Blocks*”, *Journal of Geophysical Research*, 1968.

2.3 Sur une Terre sphérique

2.3.1 Le principe

Les plaques rigides sont des calottes en rotation les unes par rapport aux autres. Nous reviendrons plus loin sur l’historique de cette découverte dont J. Morgan fut l’un des acteurs. Il produit la Figure 2.6 dans la première publication qui définit formellement la cinématique des plaques sur une sphère. Ces rotations s’opèrent autour d’axes passant par le centre de la Terre et perçant sa surface en un point R appelé pôle de rotation ou pôle eulérien (latitude φ , longitude λ). Le vecteur directeur (unité) de cet axe est noté \vec{n} . On définit une vitesse de rotation angulaire ω autour de cet axe. On peut alors définir la rotation relative de chaque plaque par son vecteur rotation angulaire $\vec{\omega} = \omega\vec{n}$, généralement donnée en degrés/Ma ou radians/Ma.

On voit donc sur la figure 2.7 que :

- Les vitesses linéaires sont tangentes aux failles transformantes. Celles-ci sont des petits cercles centrés sur le pôle de rotation de la plaque.
- Le pôle de rotation est situé à l’intersection des grands cercles perpendiculaires aux failles transformantes. Si l’on peut cartographier celles-ci, on peut donc déterminer la position du pôle.
- Les rides d’accrétion océaniques, perpendiculaires aux failles transformantes, sont colinéaires de grands cercles passant par le pôle de rotation.
- La vitesse de rotation angulaire peut se déduire de la cartographie et datation des anomalies magnétiques océaniques.

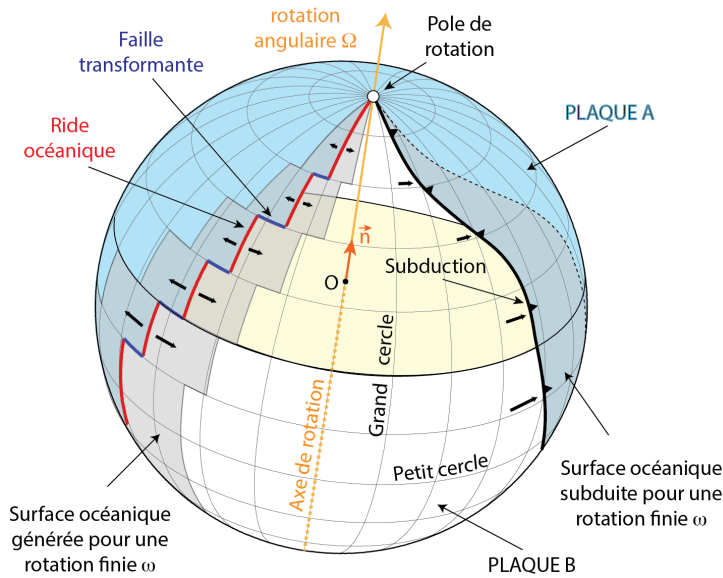


FIGURE 2.7 – Représentation schématique d’une Terre portant deux plaques A et B , en rotation l’une par rapport à l’autre autour d’un axe dont le vecteur directeur est \vec{n} avec une vitesse de rotation angulaire Ω . Les trois types de frontières de plaques sont représentées : rides d’accrétion océaniques, failles transformantes et subductions.

On relie les paramètres de rotation λ , φ , ω à la vitesse linéaire v d’un point P de la manière suivante (voir aussi figure 2.9) :

- On fait l’hypothèse d’un déplacement infinitésimal – ce qui suit est donc valide pour des déplacements instantanés. Dans ce cas la vitesse linéaire v , tangente à la sphère, est très proche de la vitesse angulaire le long de l’arc de petit cercle.
- Pendant un intervalle de temps t , le point P se déplace d’un angle ωt qui correspond à une distance sur la sphère $d = \omega_{rad} t r$ avec r = rayon du petit cercle centré sur l’axe de rotation = distance perpendiculaire de P à l’axe de rotation.
- On a évidemment :

$$r = R_E \sin \Delta \quad (2.8)$$

avec R_E = rayon terrestre moyen = 6 378 137 m, et donc la distance parcourue pendant t :

$$d = \omega_{rad} t R_E \sin \Delta. \quad (2.9)$$

- La vitesse linéaire au point P est donc :

$$v = d/t = \omega_{rad/yr} R_E \sin \Delta \quad (2.10)$$

- La vitesse est maximale pour $\Delta = \pi/2$ c’est-à-dire à l’équateur du pôle de rotation R où l’on a :

$$v_{max} = \omega_{rad/yr} R_E. \quad (2.11)$$

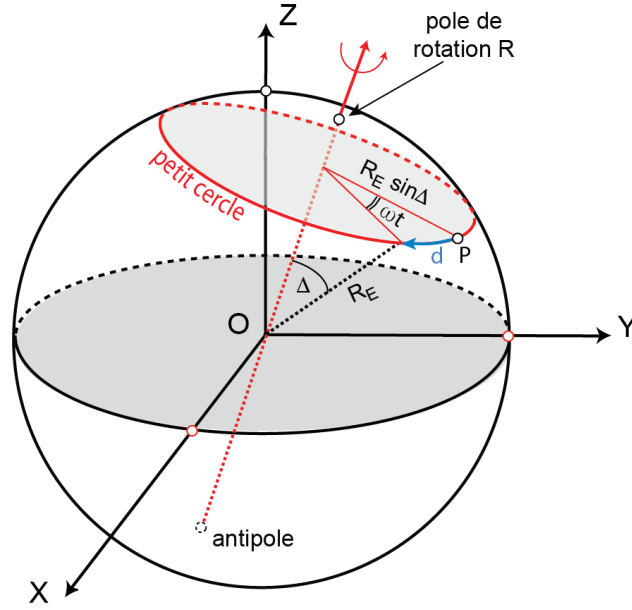


FIGURE 2.8 – Déplacement d d'un point P en rotation autour de l'axe indiqué en rouge avec une vitesse angulaire ω pendant un intervalle de temps t .

— On peut donc aussi écrire la vitesse linéaire au point P comme :

$$v = v_{max} \sin \Delta. \quad (2.12)$$

On voit donc que la vitesse linéaire en P est un vecteur tangent à un petit cercle centré sur le pole de rotation et perpendiculaire à un grand cercle passant par R et P .

La suite utilise les notations de la figure 2.9. Δ se calcule en écrivant le produit scalaire des vecteurs \vec{OP} , qui décrit la position du pole eulérien $R(\varphi_R, \lambda_R)$, et \vec{OR} qui décrit la position du point considéré $P(\varphi_P, \lambda_P)$:

$$\vec{OP} \begin{cases} x_P = R_E \cos \varphi_P \cos \lambda_P \\ y_P = R_E \cos \varphi_P \sin \lambda_P \\ z_P = R_E \sin \varphi_P \end{cases} \quad (2.13)$$

et :

$$\vec{OR} \begin{cases} x_R = R_E \cos \varphi_R \cos \lambda_R \\ y_R = R_E \cos \varphi_R \sin \lambda_R \\ z_R = R_E \sin \varphi_R \end{cases} \quad (2.14)$$

Le produit scalaire s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{OP} \cdot \vec{OR} &= R_E^2 \cos \Delta \\ &= x_P x_R + y_P y_R + z_P z_R \end{aligned} \quad (2.15)$$

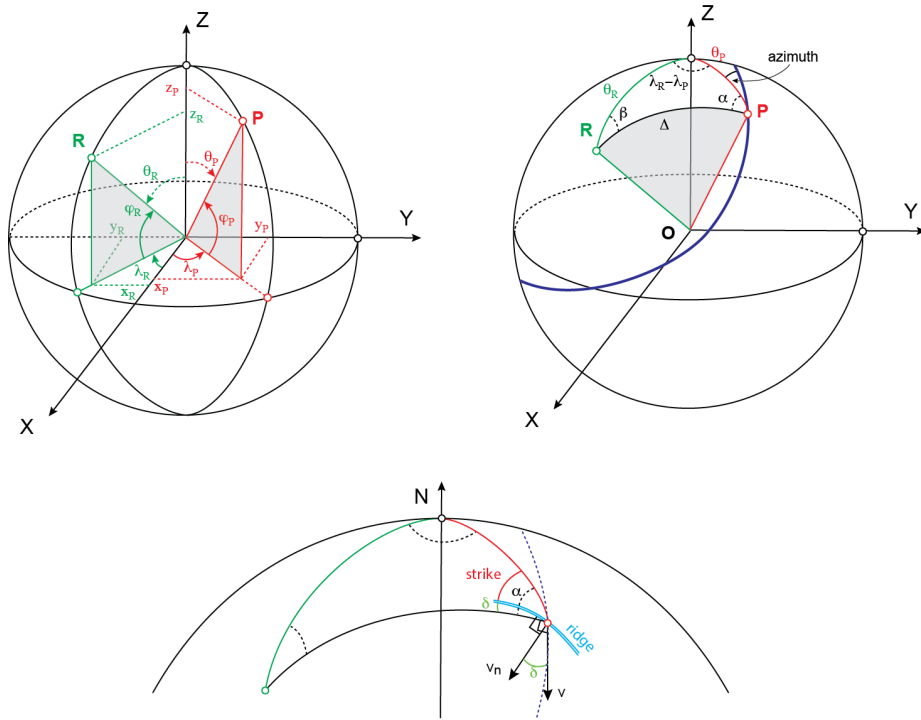


FIGURE 2.9 – Schéma et notations utilisés dans le texte pour établir la relation entre rotation angulaire matérialisée par un pôle R et vitesse horizontale en un point P .

d'où :

$$\begin{aligned} \cos \Delta &= \cos \varphi_P \cos \lambda_P \cos \varphi_R \cos \lambda_R \\ &\quad + \cos \varphi_P \sin \lambda_P \cos \varphi_R \sin \lambda_R \\ &\quad + \sin \varphi_P \sin \varphi_R \end{aligned} \quad (2.16)$$

soit, en réarrangeant et en simplifiant :

$$\begin{aligned} \cos \Delta &= \cos \varphi_P \cos \varphi_R (\cos \lambda_P \cos \lambda_R + \sin \lambda_P \sin \lambda_R) + \sin \varphi_P \sin \varphi_R \\ \implies \Delta &= \arccos (\sin \varphi_P \sin \varphi_R + \cos \varphi_P \cos \varphi_R \cos(\lambda_P - \lambda_R)) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Connaissant Δ , l'équation 2.10 permet de calculer la vitesse relative de deux plaques, par exemple en tout point de leur frontière commune.

L'azimut du vecteur vitesse se calcule en remarquant que $\pi/2 = \alpha + az$ (les cercles noir et bleu sont perpendiculaires) et en déterminant α à l'aide de la loi des sinus pour un triangle sphérique, qui donne :

$$\begin{aligned} \frac{\sin \Delta}{\sin(\lambda_P - \lambda_R)} &= \frac{\sin \theta_R}{\sin \alpha} = \frac{\sin \theta_P}{\sin \beta} \\ \implies \alpha &= \arcsin \left(\frac{\sin(\lambda_P - \lambda_R) \sin \theta_R}{\sin \Delta} \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

point	latitude	longitude
A	54.5	163.4
B	46.2	154.0
C	41.0	144.5
D	35.1	142.0

TABLE 2.1 – Coordonnées de 4 points de la frontière entre les plaques Eurasie et Pacifique au large du Japon et du Kamchatka.

modèle	latitude	longitude	rot. ang. (deg/Ma)
RM-2	-78.92	60.64	-0.977
NUVEL1-A	-74.4	60.2	-0.95
MORVEL	-78.9	61.3	-1.139

TABLE 2.2 – Paramètres de rotation décrivant le mouvement relatif entre les plaques Eurasie et Pacifique selon trois modèles publiés : latitude et longitude du pôle de rotation en degrés, vitesse de angulaire en degrés par millions d’année.

2.3.2 Un exemple

Calculons la vitesse horizontale en 4 points de la frontière entre les plaques Eurasie et Pacifique au large du Japon et du Kamchatka telle que prédite par trois modèles cinématiques globaux : RM-2 (Minster and Jordan, 1978), Nuvel1-A (DeMets et al., 1994) et MORVEL (DeMets et al, 2010). Les coordonnées des points d’intérêt sont données dans la table 2.1, les paramètres de rotation dans la table 2.2.

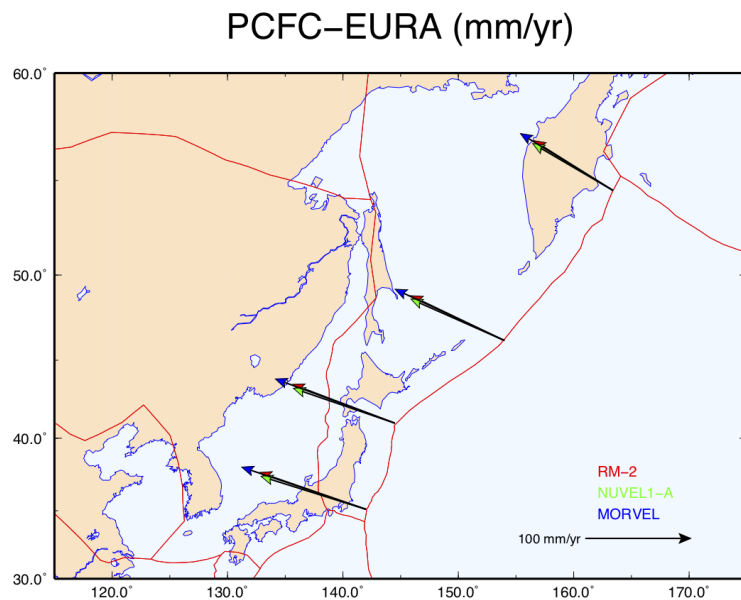


FIGURE 2.10 – Vitesses de la plaque Pacifique par rapport à l’Eurasie telles que prédites par les modèles cinématiques globaux RM-2 (Minster and Jordan, 1978), Nuvel1-A (DeMets et al., 1994) et MORVEL (DeMets et al, 2010).

On utilise les équations ci-dessus pour (1) trouver Δ et α en utilisant les informations de la table 2.1, puis (2) calculer la norme et l'azimuth du vecteur vitesse. On convertit ces deux dernières valeurs en coordonnées selon la direction est-ouest et nord-sud pour les représenter en carte. Le résultat est indiqué sur la figure 2.10.

2.3.3 Les observables géologiques

Les sections précédentes nous donnent les relations entre une rotation angulaire, par exemple décrite par la position (latitude, longitude) du pôle de rotation et un taux de rotation angulaire, et le mouvement relatif entre deux plaques qui partagent une frontière. La géodésie spatiale (cf. plus bas) permet maintenant de mesurer directement ce mouvement relatif – mais uniquement pour l'actuel. Avant l'essor de ces techniques satellitaires, et de toutes façons pour reconstruire les déplacements anciens des plaques, les indicateurs cinématiques géologiques des mouvements relatifs de plaques partageant une frontière sont :

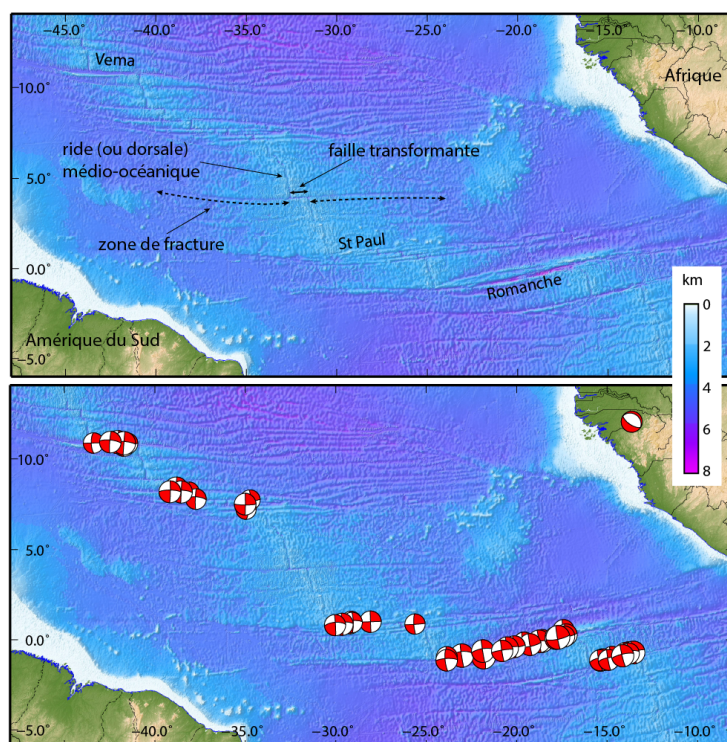


FIGURE 2.11 – Bathymétrie de la partie nord de l'Atlantique Sud. La ride (ou dorsale) médio-océanique, les failles transformantes (actives) et les zones de fractures (mortes) sont clairement visibles dans la bathymétrie. Les mécanismes au foyer des séismes récents illustrent l'activité des failles transformantes et le mouvement décrochant – dextre ici – sur celles-ci.

- Les directions des failles transformantes qui sont des petits cercles centrés sur le pôle de rotation relatif des deux plaques.

Ces directions sont déduites de la cartographie précise de la bathymétrie océanique. La figure 2.11 montre, dans l'Atlantique Equatorial, le tracé linéaire de ces failles, les fosses profondes qui les caractérisent et les mécanismes au foyer de séismes purement décrochants dextres. Ce type de faille fut décrit pour la première fois par T. Wilson en 1965 dans un article clé de la tectonique des plaques "*A New Class of Faults and their Bearing on Continental Drift*". Wilson identifie notamment les failles de San Andreas, du Levant, nord et sud Caraïbe, etc comme failles qui "transforment" – ou plus simplement connectent – les mouvements ride-ride, ride-fosse ou fosse-fosse. Il convient dans tous les cas de faire la différence entre les failles transformantes et les zones de fracture : les premières sont le lieu de mouvements relatifs actuels des plaques, les seconds représentent leurs parties fossiles.

- **Les taux de mouvement relatif des deux plaques déduits des anomalies magnétiques de la croûte océaniques.** En effet, le minéral magnétite présent dans les basaltes a la propriété de fossiliser la direction du champ magnétique lors du refroidissement des laves (200-300°C) – on parle de magnétisme "thermo-rémanent". Le champ magnétique terrestre s'inversant plus au moins régulièrement, on peut par ailleurs dater les périodes "normales" et "inverses" du champ magnétique notamment à partir de séries continues de laves à terre. Si l'on mesure le champ magnétique thermo-rémanent océanique, par exemple en trainant un magnétomètre près du fond derrière un bateau, on peut alors observer, comme l'on fait Vine et Matthew en 1963 au sud de l'Islande, puis de manière plus convaincante Pitman et Heirtzler en 1966 dans le Pacifique (Figure 2.12), la symétrie des inversions magnétiques de part et d'autre des rides océaniques. La cartographie systématique de ces inversions permet alors de délimiter les "anomalies magnétiques" des fonds océaniques, souvent représentées sur les cartes sous la forme de bandes alternatives noires et blanches pour les périodes normales et inverses du champ.

Pour déterminer la localisation du pôle de rotation entre deux plaques partageant une frontière en accretion océanique et le taux de rotation angulaire associé, on utilise alors le fait que :

- Connaissant plusieurs directions de failles transformantes, le pôle se trouve sur le grand cercle qui leur est perpendiculaire, comme l'illustre la figure 2.13.
- Les anomalies magnétiques sont des isochrones qui permettent de déterminer le taux de rotation angulaire.

J. Morgan fut le premier à relier mathématiquement les observables océaniques – directions de failles transformantes et isochrones magnétiques – au pôle de rotation (latitude φ_R , longitude λ_R) et au taux de rotation angulaire (ω). On se place sur la ride médio-océanique en un point P de coordonnées φ_P , λ_P . A priori, le vecteur vitesse \vec{v} peut faire n'importe quel angle avec la direction de la ride, même si l'on sait qu'il lui est en gros perpendiculaire. Etant donné que les géophysiciens peuvent seulement mesurer la distance perpendiculaire entre des isochrones successives et la ride, nous cherchons une expression pour v_n , la composante de la vitesse perpendiculaire à la direction de la ride. La figure 2.9

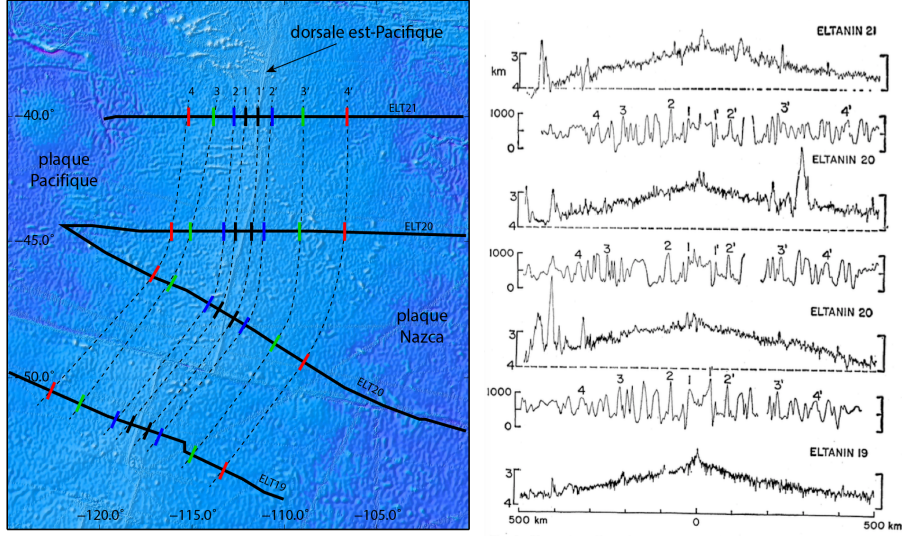


FIGURE 2.12 – Gauche : les lignes noires montrent le tracé des profils magnétiques par-dessus la bathymétrie de la ride est-Pacifique. Droite : profils magnétiques et bathymétriques originaux de Pitman et Heirtzler (1966). Les anomalies magnétiques identifiées sont reportées approximativement sur la carte de gauche.

montre que :

$$\cos \delta = \frac{v_n}{v} \implies v_n = v \cos \delta \quad (2.19)$$

L'angle δ est relié à la direction de la ride et à l'angle α par :

$$\delta = \alpha - \text{STRIKE} \quad (2.20)$$

En utilisant l'équation 2.12, on peut donc écrire :

$$v_n = v_{max} \sin \Delta \cos(\alpha - \text{STRIKE}) \quad (2.21)$$

Notons que nous avons bien retrouvé les trois équations de la publication de Morgan en 1968, dont il se sert pour estimer les premières rotations angulaires de plaques (en se souvenant que $\theta_R = \pi/2 - \varphi_R \implies \cos \varphi_R = \sin \theta_R$) :

$$\begin{cases} v_n &= v_{max} \sin \Delta \cos(\text{STRIKE} - \alpha) \\ \alpha &= \arcsin(\sin(\lambda_P - \lambda_R) \cos \varphi_R / \sin \Delta) \\ \Delta &= \arccos(\sin \varphi_R \sin \varphi_P + \cos \varphi_R \cos \varphi_P \cos(\lambda_P - \lambda_R)) \end{cases} \quad (2.22)$$

On connaît évidemment λ_P, φ_P (position du point d'observation sur la ride), STRIKE (azimut de la ride, se mesure sur une carte), v_n (vitesse d'accrétion dans une direction perpendiculaire à la ride tirée de la cartographie des isochrones magnétiques). On peut donc théoriquement calculer ω (contenu dans v_{max}), λ_R et φ_R . On constate cependant que les équations de Morgan ne sont pas linéaires, ce qui complique l'estimation de φ_P, λ_P et ω .

On peut aussi utiliser la direction des vecteurs glissement des séismes, notamment de subduction, mais cela est plus incertain. C'est pourtant cela qui a valu

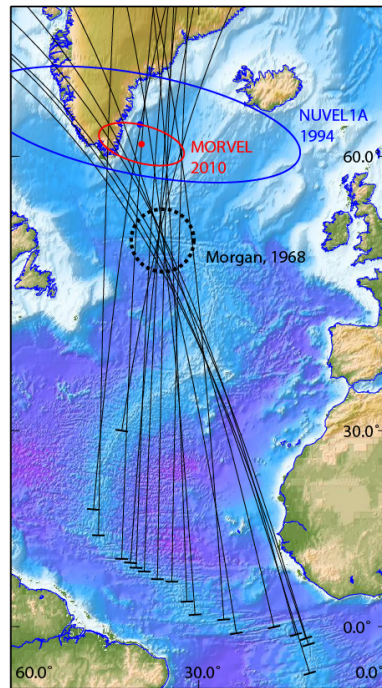


TABLE 1. Strike of Faults on the Mid-Atlantic Ridge

Name	Latitude	Longitude	Strike	Reference
Atlantis	30.0°N	42.3°W	99°	<i>a</i>
	18.5°N	46.8°W	95°	<i>a</i>
	14.5°N	46.0°W	91°	<i>a</i>
Vema V	10.8°N	42.3°W	92°	<i>b</i>
Vema W	10.2°N	40.9°W	94°	<i>b</i>
Vema X	9.4°N	40.0°W	92°	<i>b</i>
Vema Y	8.8°N	38.7°W	92°	<i>b</i>
Vema Z	7.6°N	36.6°W	91°	<i>b</i>
	7.2°N	34.3°W	91°	<i>b</i>
	4.0°N	31.9°W	88°	<i>c</i>
St. Paul's	1.9°N	30.6°W	86°	<i>c</i>
	1.1°N	26.0°W	86°	<i>c</i>
	1.1°S	24.0°W	81°	<i>c</i>
Romanche Chain	0.1°S	18.0°W	77°	<i>c</i>
	1.3°S	14.5°W	75°	<i>c</i>
	1.9°S	12.9°W	82°	<i>c</i>
	2.9°S	12.5°W	73°	<i>c</i>
	7.5°S	12.3°W	73°	<i>a</i>

^a Heezen and Tharp [1965].^b Heezen et al. [1964b].^c Heezen et al. [1964a].

FIGURE 2.13 – Directions de failles transformantes de l'Atlantique équatoriale telles que données dans la publication de J. Morgan (1968). La carte représente ces directions (bâtons) et les grands cercles qui leur sont perpendiculaires. Ces données représentent le mouvement relatif Afrique – Amérique du Sud, sauf les données la plus au nord qui concerne le mouvement relatif Afrique – Amérique du Nord. On constate qu'ils s'intersectent aux alentours de 58N/35E. On note au passage que l'antépénultième donnée du tableau de Morgan est probablement incorrectement reproduite – la figure fait l'hypothèse qu'il fallait lire “72” et non “82”.

à l'article de 1967 de D. McKenzie et R. Parker “*The North Pacific : an example of tectonics on a sphere*”, un des articles qui ont participé à démontrer la validité de la tectonique des plaques au sens d'une théorie cinématique du mouvement de calottes rigides sur une sphère. L'idée centrale de l'article est de tester la notion de “rotation de plaque rigide” en utilisant (1) la direction de la faille de San Andreas entre Parkfield et San Francisco et (2) la moyenne des vecteurs glissements des mécanismes de répliques du séisme d'Alaska de 1964 dans la région de Kodiak. Ces observations concernent la frontière entre les plaques Amérique du Nord et Pacifique, comme le montre la figure 2.14.

Ils utilisent ces deux directions pour déterminer le centre des petits cercles qui leur sont tangents et trouvent un pôle de rotation situé à 50N/85S – ce faisant ils font bien sûr l'hypothèse de plaques rigides en rotation. On note ici qu'il n'est pas question de vitesse de rotation angulaire, seulement de position du pôle de rotation. Ils disent ensuite que si ce pôle est correct – donc si la théorie de la rotation de plaques rigides est correcte – alors les vecteurs glissements d'autres séismes le long de cette frontière de plaque doivent aussi être tangents à des

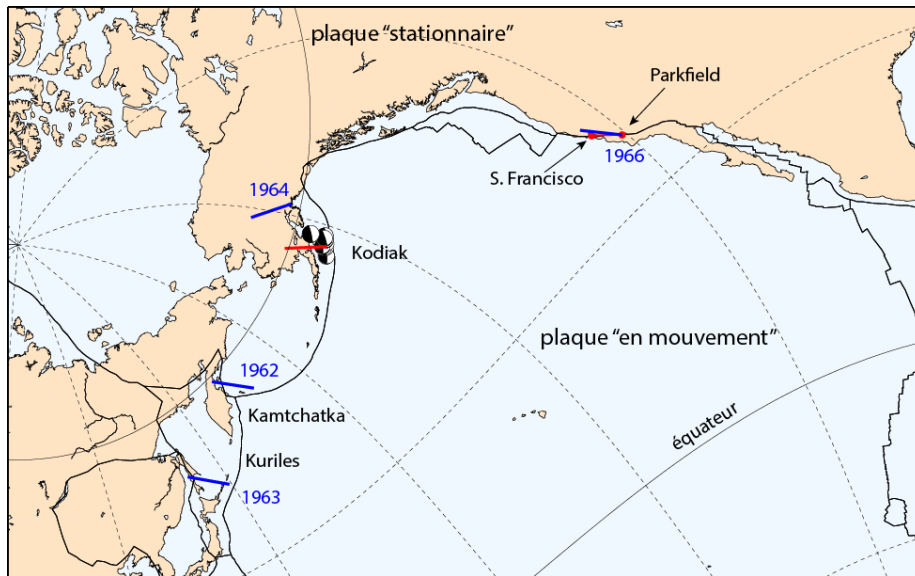


FIGURE 2.14 – Figure de McKenzie et Parker 1967, recalculée et redessinée. Il s’agit d’une carte de la région Pacifique dans une projection de Mercator dont le pôle coïncide avec le pôle de rotation entre les plaques “stationnaire” et “en déplacement” estimé à partir des données indiquées en rouge. Si les hypothèses de ce calcul sont correctes – notamment la rigidité des plaques – alors le mouvement relatif des deux plaques doit avoir une direction selon l’axe des abscisses dans cette projection. Les directions de mouvement déduites de 4 mécanismes au foyers de forts séismes sont en accord avec la prédiction du modèle. Les traits continus noirs indiquent le tracé des frontières de plaques telles que nous le connaissons de nos jours.

petits cercles de ce pôle de rotation. Ils testent cela en utilisant 8 séismes dont les mécanismes au foyer étaient bien déterminés le long des frontières est et nord de la plaque Pacifique. Ils montrent un très bon accord avec la prédiction de la théorie.

On sait depuis que, dans les cas relativement nombreux où la direction du mouvement relatif des plaques est oblique par rapport à la direction de la frontière de plaque, le vecteur glissement des séismes interplaques dans les zones de subduction n’est pas représentatif du mouvement relatif entre les deux plaques. Dans ce cas, on observe souvent qu’une faille décrochante parallèle à la subduction apparaît au travers de l’arc volcanique, faille qui accommode la composante du mouvement parallèle à la subduction. Cette faille sépare une “lanière avant-arc” (*“forearc sliver”* en anglais) entre la fosse de subduction et la faille décrochante intra-arc. Un exemple type de ce contexte est celui de Sumatra en Indonésie (figure 2.15). De fait, la subduction elle-même accommode la part de convergence de ce mouvement relatif. Les vecteurs glissement des séismes sont alors représentatifs du mouvement relatif entre la plaque plongeante et la lanière avant-arc, mais pas du mouvement relatif entre les deux plaques majeures. Ce type de contexte illustre que la cinématique des plaques aux subductions peut-être partitionnée – on parle dans ce cas de “partitionnement de la déformation”. L’article

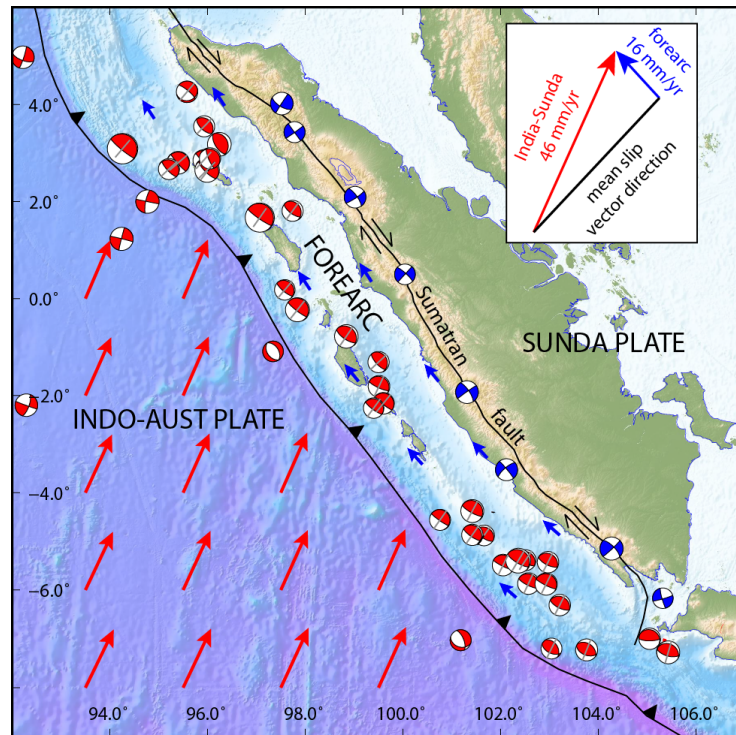


FIGURE 2.15 – Cinématique de la subduction indonésienne à Sumatra. On y observe le partitionnement de la convergence de la plaque indo-australienne, oblique par rapport à la direction de la fosse, entre une composante de convergence perpendiculaire à l’arc (indiquée par les séismes dont les mécanismes sont colorés en rouge, la barre grise donne leur vecteur glissement) et une composante de décrochement accommodée par la faille de Sumatra. Les mesures GPS et paléosismologiques le long de cette faille montrent un mouvement de 15 mm/an. Séismes : base de données gCMT, magnitude supérieure à 6.

clé sur cette question est celui de T. Fitch (1972) “*Plate convergence, transcurrent fault, and internal deformation adjacent to Southeast Asia and the Western Pacific*”. Beaucoup de travaux ont eu lieu depuis cette publication séminale, mais les paramètres physiques qui permettent ce partitionnement restent peu clairs.

2.3.4 Les rotations angulaires, problème direct

Nous allons maintenant chercher à écrire une relation plus simple que précédemment entre nos inconnues (vecteur rotation angulaire – ou de manière équivalente latitude et longitude du pôle de rotation plus taux de rotation angulaire – et des observations. Dans tous les cas, le problème implique trois paramètres. Plaçons nous dans un repère géocentrique orthonormé (O, X, Y, Z) où $\vec{P}(x, y, z)$ et $\vec{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$. Les distances y sont exprimées en mètres et les vitesses en mètres par an. Les notations sont indiquées sur la figure 2.8.

Comme décrit plus haut, on fait l’hypothèse d’un déplacement infinitésimal, la

vitesse linéaire v est donc très proche de la vitesse angulaire et on écrit :

$$v = d/t = \omega_{rad/yr} R_E \sin \Delta \quad (2.23)$$

On a aussi :

$$\vec{\omega}_u \wedge \vec{P}_u = \sin \Delta \vec{n} \quad (2.24)$$

où $\vec{\omega}_u$ et \vec{P}_u sont les vecteurs unité dans les directions (O, R) et (O, P) , et \vec{n} est un vecteur unité perpendiculaire aux deux précédents donc colinéaire à \vec{v} . La vitesse linéaire en P s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= R_E \omega \left(\vec{\omega}_u \wedge \vec{P}_u \right) \\ &= R_E \left(\omega \vec{\omega}_u \wedge \vec{P}_u \right) \\ &= R_E \left(\vec{\omega}_{rad/yr} \wedge \vec{P}_u \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Les vitesses angulaires sont généralement données en degrés par millions d'années, on convertit donc en écrivant :

$$\vec{v} = R_E \frac{\pi}{180} 10^{-6} (\vec{\omega}_{deg/Myr} \wedge \vec{P}_u) \quad (2.26)$$

soit :

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = R_E \frac{\pi}{180} 10^{-6} \begin{bmatrix} z\omega_y - y\omega_z \\ x\omega_z - z\omega_x \\ y\omega_x - x\omega_y \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

On peut donc calculer le vecteur vitesse linéaire au point P dans le repère géocentrique orthonormé (O, X, Y, Z) en tout point $P(x, y, z)$ connaissant les trois composantes du vecteur rotation angulaire $\vec{\omega}$. La figure 2.16 montre par exemple la vitesse de trois points situés sur la plaque P pour une rotation dont le pole est indiqué par une étoile rouge.

On donne généralement la position du point d'intérêt P en coordonnées géographiques φ (latitude) et λ (longitude). La conversion de coordonnées géographiques sur une Terre sphérique en coordonnées cartésiennes géocentriques est triviale :

$$\begin{aligned} x &= R_E \cos \varphi \cos \lambda \\ y &= R_E \cos \varphi \sin \lambda \\ z &= R_E \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.28)$$

On donne parfois les paramètres de rotation en coordonnées dites "eulériennes" : latitude du pole de rotation φ_R , longitude du pole λ_R , rotation angulaire ω . Le passage aux coordonnées cartésiennes est donné par :

$$\begin{aligned} \omega_x &= \omega \cos \varphi_R \cos \lambda_R \\ \omega_y &= \omega \cos \varphi_R \sin \lambda_R \\ \omega_z &= \omega \sin \varphi_R \end{aligned} \quad (2.29)$$

On est généralement intéressé par les vitesses horizontales dans un repère orthonormé NEU dont l'origine est le point P de latitude et longitude (φ, λ) . On

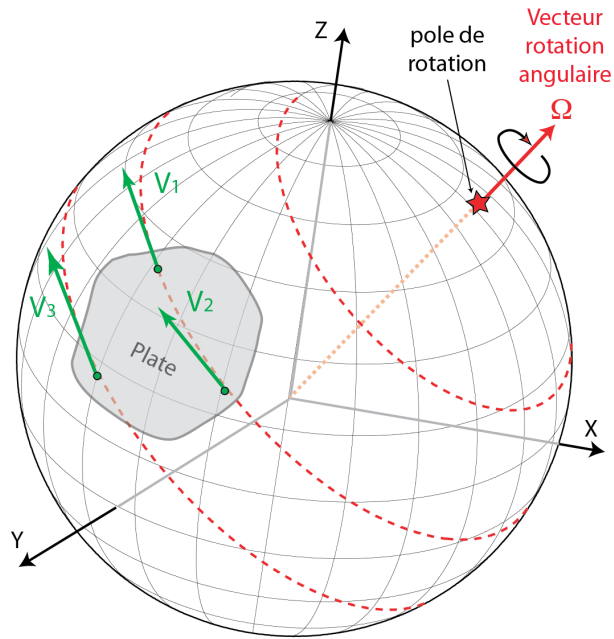


FIGURE 2.16 – Illustration des vecteurs vitesses instantanés en trois points d’une plaque P pour une rotation dont le pôle est donné par Ω .

l’appelle repère topocentrique ou local (Figure 2.17). En effet, (1) la direction de la vitesse horizontale d’un point sur une frontière de plaque transformante est la direction de cette frontière transformante en ce point et (2) la norme de la vitesse horizontale d’un point sur une frontière de plaque en accréation est le taux d’accréation.

On rappelle qu’une rotation d’un angle α autour de l’axe (O, Z) s’écrit :

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

On trouve de la même manière R_x et R_y .

La conversion du repère géocentrique orthonormé au repère topocentrique est la combinaison des 3 rotations successives autour des axes (O, Z) , (O, Y) et (O, X) nécessaires à aligner ces deux repères, soit :

$$R = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

On passe donc du repère géocentrique orthonormé au repère topocentrique en écrivant :

$$\vec{l} = R\vec{v} \quad (2.32)$$

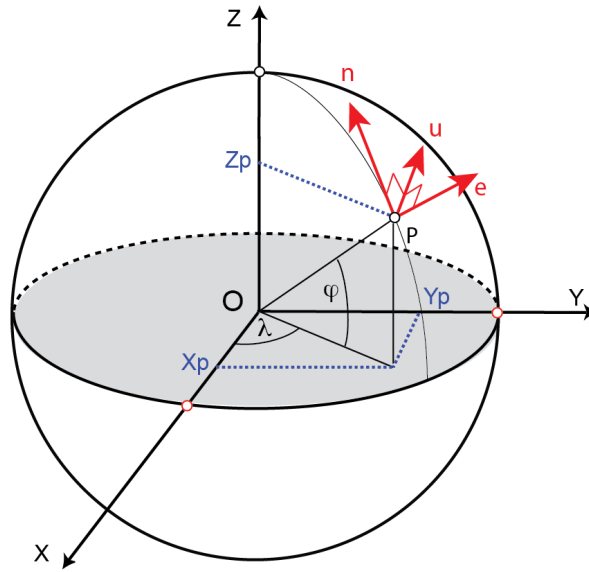


FIGURE 2.17 – Repère géocentrique cartésien et repère topocentrique local au point P.

avec

$$\vec{l} = \begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_u \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

et

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

R est une matrice de rotation, son inverse est aussi sa transposée. On peut donc passer du repère topocentrique au repère géocentrique orthonormé avec :

$$\vec{v} = R^t \vec{l} \quad (2.35)$$

2.3.5 Le calcul des rotations angulaires : problème inverse

Pour une plaque, moindre carrés simples

Dans le cas de mesures géodésiques, on peut donc estimer les trois paramètres du vecteur rotation angulaire $\vec{\omega}$ ou de manière équivalente la position du pôle de rotation R et le taux de rotation angulaire ω d'une plaque en utilisant au moins deux sites car chacun fournit deux informations v_e et v_n en repère local. La vitesse étant tangente à la sphère terrestre, $v_u = 0$. La figure 2.18 schématise cette procédure.

Les vitesses géodésiques sont souvent fournies dans un repère local sous la forme v_e, v_n . La première étape consiste donc à convertir v_e, v_n (et $v_u = 0$) en v_x, v_y, v_z

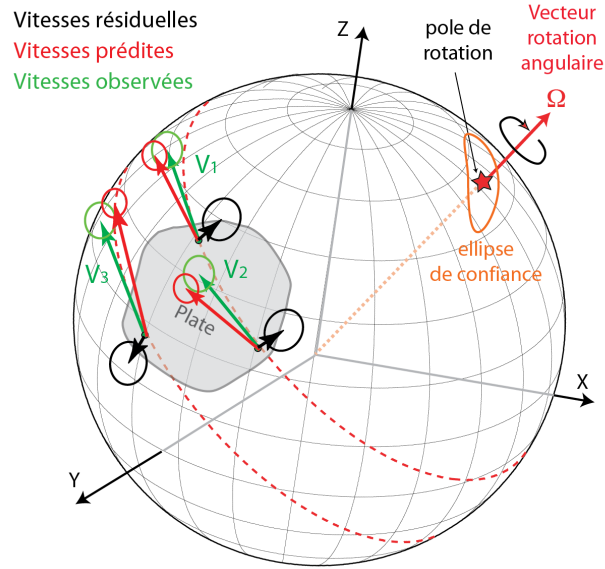


FIGURE 2.18 – Illustration du résultat de l'inversion des vecteurs vitesses observés (verts) pour un vecteur rotation angulaire Ω . Ce vecteur prédit des vitesses (rouges) qui sont légèrement différentes des vitesses observés. La différence observés moins prédites est le résidu (vecteurs noirs). On s'attend, si tout va bien, à ce que les vecteurs résidus soit les plus petits possibles et orientés de manière aléatoire.

dans repère cartésien géocentrique comme expliqué plus haut sur la figure 2.17, en utilisant la matrice de rotation 2.31 et l'équation 2.34.

L'équation 2.27 peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & z & -y \\ -z & 0 & x \\ y & -x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

ou

$$\vec{v} = A\vec{\omega} \quad (2.37)$$

Notez que le problème n'est pas soluble avec seulement une mesure de vitesse. \vec{v} détermine de manière unique le grand cercle qui contient le pôle de rotation car ce dernier est perpendiculaire à \vec{v} , mais il ne permet pas de déterminer la position du pôle sur le grand cercle. En effet, cette position est donnée par l'angle Δ , qui dépend lui-même de l'inconnue du problème $\vec{\omega}$. On constate aussi que la matrice A n'est pas inversible car $\det(A) = 0$. De fait, il faut au minimum deux mesures de vitesses \vec{v}_1 et \vec{v}_2 pour pouvoir estimer $\vec{\omega}$.

Si l'on a n sites de mesure, la différence entre les observations et les prédictions du modèle (= les résidus) s'écrivent :

$$\hat{r} = V - A\hat{\omega} \quad (2.38)$$

où :

- V = vecteur des observations, de longueur $3n$.
- A = matrice du modèle, de dimension $3n \times 3$.
- \hat{r} = vecteur des résidus, de longueur $3n$.
- $\hat{\omega}$ = vecteur solution, de longueur 3.

On cherche une solution à ce problème en minimisant une fonctionnelle, par exemple la somme des carrés des résidus :

$$J(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^n r_i^2 = r^t r = (V - A\hat{\Omega})^t (V - A\hat{\Omega}) \quad (2.39)$$

On vient d'écrire la norme dite "L2" dont il faut maintenant trouver le minimum. La solution de ce problème, dit des "moindres carrés" se trouve en cherchant $\hat{\Omega}$ tel que la dérivée de la fonctionnelle soit nulle, soit $\delta J(\hat{\Omega}) = 0$. Cela implique :

$$\begin{aligned} \delta \left[(V - A\hat{\Omega})^t (V - A\hat{\Omega}) \right] &= 0 \\ \delta (V - A\hat{\Omega})^t (V - A\hat{\Omega}) + (V - A\hat{\Omega})^t \delta (V - A\hat{\Omega}) &= 0 \\ (-A\delta\hat{\Omega})^t (V - A\hat{\Omega}) + (V - A\hat{\Omega})^t (-A\delta\hat{\Omega}) &= 0 \\ (-2A\delta\hat{\Omega})^t (V - A\hat{\Omega}) &= 0 \\ (\delta\hat{\Omega}^t A^t) (V - A\hat{\Omega}) &= 0 \\ \delta\hat{\Omega}^t (A^t V - A^t A\hat{\Omega}) &= 0 \\ A^t A\hat{\Omega} &= A^t V \end{aligned} \quad (2.40)$$

On appelle cette dernière égalité le "système d'équations normales", dont la solution est donnée par :

$$\hat{\Omega} = (A^t A)^{-1} A^t V \quad (2.41)$$

Les composantes $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ de $\hat{\Omega}$ sont reliées aux latitude ϕ_P et longitude λ_P du pôle de rotation, et à la vitesse de rotation angulaire ω par de la trigonométrie triviale :

$$\phi_P = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_z}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}} \right) \quad (2.42)$$

$$\lambda_P = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_y}{\omega_x} \right) \quad (2.43)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \quad (2.44)$$

La matrice de covariance des inconnues (composantes du vecteur rotation angulaire de la plaque) est donnée par :

$$C_{\Omega} = (A^t A)^{-1} \quad (2.45)$$

Moindres carrés pondérés

On dispose généralement des écarts-types sur les observations, exprimées dans un repère local, que nous noterons σ_{v_n} , σ_{v_e} . On donne souvent aussi la corrélation entre ces deux composantes, que nous noterons c_{ne} . La matrice de covariance associée dans le repère local est donc :

$$C_{neu} = \begin{bmatrix} \sigma_{v_n}^2 & c_{ne} & 0 \\ c_{ne} & \sigma_{v_e}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

On la convertit en matrice de covariance dans le repère cartésien géocentrique à l'aide de la même matrice de rotation R que précédemment (équation 2.31) avec :

$$C_{xyz} = R' C_{neu} R \quad (2.47)$$

Pour n sites, on peut alors former la matrice de covariance de l'ensemble du jeu de données dans le repère cartésien géocentrique :

$$C_V = \quad (2.48)$$

C_V est une matrice carrée bloc-diagonale qui a $3 \times n$ lignes et autant de colonnes. Les éléments hors-diagonale ne sont généralement pas connus – dans ce cas on leur donne la valeur zéro. La solution du problème, dit maintenant des moindres carrés “pondérés”, est donnée par :

$$\hat{\Omega} = (A^t C_V^{-1} A)^{-1} A^t V \quad (2.49)$$

où l'inverse de la matrice de covariance des données s'appelle aussi “matrice poids” $P = C_V^{-1}$. On d'autres termes, l'inversion pondère les observations en fonction de leur précision de manière à ce que les plus précises aient un poids plus fort. La matrice de covariance des inconnues, tenant compte cette fois des incertitudes sur les observations, est C_Ω , de dimension 3×3 :

$$C_\Omega = (A^t C_V^{-1} A)^{-1} \quad (2.50)$$

La matrice de covariance des inconnues C_Ω est exprimée dans un repère cartésien géocentrique. On est en général intéressé à la représenter graphiquement par une “ellipse de confiance” centrée sur le pôle de rotation de la plaque (voir par exemple la figure 2.31). Il nous faut donc les dimensions de cette ellipse dans un repère local centré sur le pôle de rotation. On utilise pour cela à nouveau la matrice de rotation R (équation 2.17) pour transformer C_Ω (repère cartésien géocentrique) en C_P (repère local en P) :

$$C_P = R C_\Omega R' \quad (2.51)$$

Nous sommes uniquement intéressés aux composantes horizontales n et e que l'on extrait de C_P pour obtenir :

$$C_{ne} = \begin{bmatrix} \sigma_n^2 & \sigma_{ne} \\ \sigma_{ne} & \sigma_e^2 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

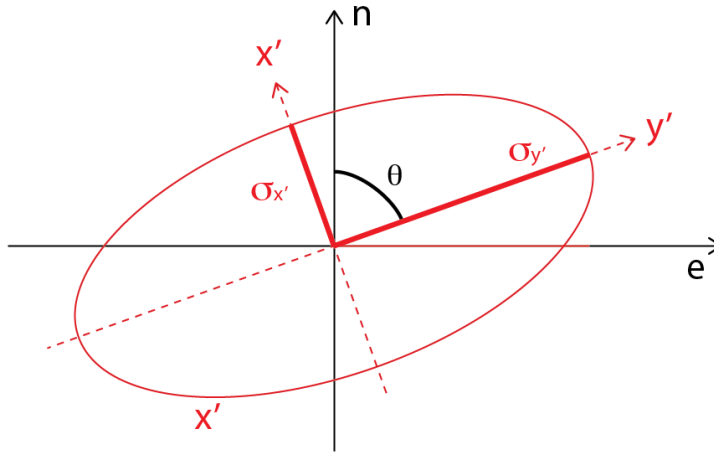


FIGURE 2.19

La représentation de cette matrice de covariance se fait classiquement sous la forme d'une ellipse. En effet, cette matrice étant symétrique définie, on montre que l'on peut trouver un repère x', y' , qui fait un angle θ avec le repère n, e et dans lequel les variances sont minimales ou maximales et les covariances nulles (figure 2.19). Ce repère x', y' est dit "repère des axes principaux" de l'ellipse de confiance. Déterminer l'orientation des axes principaux et la valeur des demi-grands axes et demi-petits axes de l'ellipse de confiance revient à diagonaliser C_{ne} . Cela se réalise en écrivant que :

$$\det(C_{en} - \lambda I) = 0 \quad (2.53)$$

Le développement de cette condition donne les vecteurs propres et valeurs propres de ce système. Les vecteurs propres permettent d'obtenir la rotation entre le repère n, e et le repère x', y' . Les valeurs propres donnent les longueurs des demi-grands axes et demi-petits axes de l'ellipse de confiance (figure 2.19). On montre, avec un peu d'algèbre classique, que la rotation entre le repère n, e et le repère x', y' vaut alors :

$$\theta = -\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\sigma_{ne}}{\sigma_n^2 + \sigma_e^2} \right) \quad (2.54)$$

et que les demi-grands axes et demi-petits axes (selon x', y') valent :

$$[\sigma_{x'}^2, \sigma_{y'}^2] = \frac{\sigma_n + \sigma_e}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_e - \sigma_n)^2 + \sigma_{ne}^2} \quad (2.55)$$

Pour m plaques

On peut inverser simultanément les vitesses géodésiques ou géologiques pour m plaques en écrivant :

$$\begin{pmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ v_{z1} \\ v_{x2} \\ v_{y2} \\ v_{z2} \\ v_{x3} \\ v_{y3} \\ v_{z3} \\ \vdots \\ v_{xn} \\ v_{yn} \\ v_{zn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x_1 & -y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -z_1 & 0 & x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_2 & -y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -z_2 & 0 & x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ y_2 & -x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_3 & -y_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -z_3 & 0 & x_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_3 & -x_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & x_n & -y_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -z_n & 0 & x_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & y_n & -x_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^1\omega_x \\ {}^1\omega_y \\ {}^1\omega_z \\ {}^2\omega_x \\ {}^2\omega_y \\ {}^2\omega_z \\ \vdots \\ {}^m\omega_x \\ {}^m\omega_y \\ {}^m\omega_z \end{pmatrix} \tag{2.56}$$

Ici les points 1 et 2 sont sur la plaque 1, le point 3 sur la plaque 2, le point n sur la plaque m .

On a vu que pour un point triple entre les plaques A, B, C : ${}_A\vec{\omega}_B + {}_B\vec{\omega}_C + {}_A\vec{\omega}_C = \vec{0}$. Cette condition est aussi valide pour n plaques. Lors de l'inversion des données pour estimer les paramètres de rotation relative de ces m plaques on peut ajouter cette contrainte dite de "fermeture du circuit des plaques" en forçant la somme des vecteurs rotations angulaires à être nulle. En pratique, cela revient à ajouter une ligne au système d'équation 2.56.

En toute rigueur cette estimation doit inclure la translation entre le centre de masse imposé dans l'estimation des vitesses par géodésie spatiale (par exemple tel que défini pas ITRF) et le centre de figure défini par la distribution des sites géodésiques à la surface de la Terre. Cela revient à estimer une translation du repère géodésique de référence.

2.3.6 Un exemple : la divergence Nubie–Somalie

L'une des frontières de plaques les moins comprises sépare la Nubie de la Somalie (figure 2.20). Cette frontière apparait au premier ordre relativement diffuse, comme le pensaient par exemple Gordon et Stein (1991). Elle correspond géologiquement à la trace du "rift est africain", une série de bassins étroits bordés par des failles normales qui s'étendent de l'Éthiopie au nord jusqu'au Mozambique au sud. On s'attend donc à y mesurer une divergence mais sa vitesse et direction sont difficiles à déterminer à partir de données géologiques seules. En effet, comme elle est essentiellement continentale, cette frontière n'offre pas d'observables géologiques directement utilisables – anomalies magnétiques océaniques ou direction de failles transformantes – pour déterminer sa cinématique récente. De fait, le modèle cinématique global NUVEL1A fait l'impasse sur cette frontière de plaques car les données océaniques sont insuffisantes à l'époque – il combine ces deux plaques en une seule, la plaque Afrique.

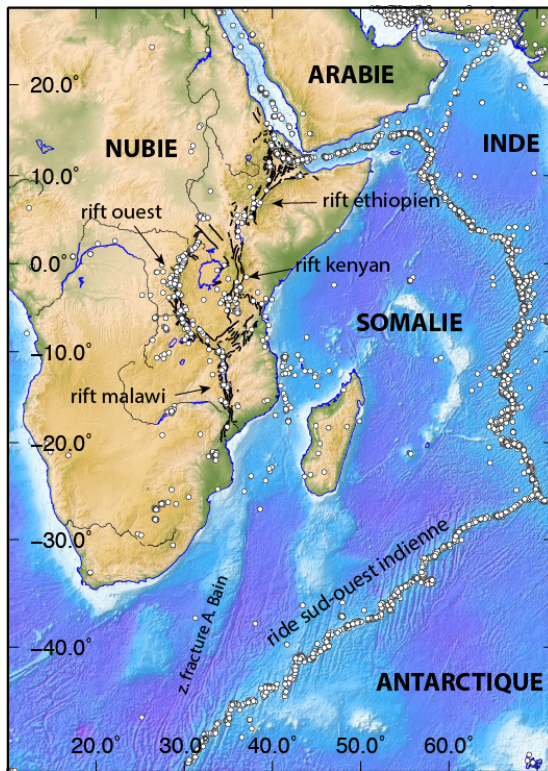


FIGURE 2.20 – Contexte sismotectonique de la frontière entre les plaques Nubie et Somalie, qui se matérialise par une série de failles normales bordant des bassins de direction générale nord-sud, une sismicité modérée et du volcanisme. Ces structures actives forment le rift est africain, qui est subdivisé en plusieurs segments (éthiopien, kenyan, branche ouest (ou Tanganyika), Malawi. La continuation du rift au sud du Mozambique n'est pas claire. On note que la zone de fracture A. Bain se situe dans l'alignement du rift, mais elle ne semble pas particulièrement active.

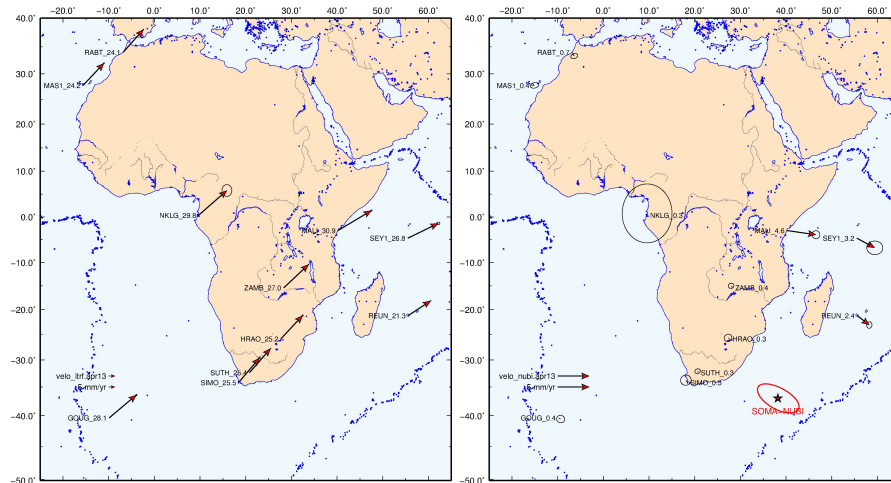


FIGURE 2.21 – Gauche : vitesses mesurées par GPS exprimées dans un repère global moyen (ITRF). Les chiffres indiquent les vitesses en mm/an. Droite : résultat de l'estimation du mouvement de la plaque Somalie par rapport à la plaque Nubie. Leur pôle de rotation relatif est indiqué par l'étoile rouge avec son ellipse d'erreur associée. On observe que les résidus sont faibles sur la plaque Nubie, inférieurs à 0.5 mm/an. Les 3 sites situés sur la plaque Somalie matérialisent la rotation horaire de celle-ci par rapport à la plaque Nubie. Cette rotation induit une divergence le long du rift est africain, avec une vitesse qui augmente du sud au nord en s'éloignant du pôle de rotation.

lat	lon	v_e	v_n	σ_{v_e}	σ_{v_n}	corr.	site
-9.8807	-40.3488	21.5	18.1	0.2	0.2	0.000	GOUG
27.6869	-25.8901	17.2	18.4	0.2	0.2	0.006	HRAO
-15.633	27.7637	16.6	17.6	0.2	0.1	0.000	MAS1
9.6721	0.3539	22.4	19.6	1.6	1.9	0.000	NKLG
-6.8542	33.9981	16.1	18.0	0.1	0.1	0.001	RABT
18.4395	-34.1879	16.5	19.4	0.3	0.3	0.001	SIMO
20.8104	-32.3802	16.7	19.1	0.1	0.1	0.009	SUTH
28.3110	-15.4255	19.7	18.5	0.1	0.1	0.007	ZAMB
40.1944	-2.9959	26.5	15.8	0.2	0.2	0.004	MALI
55.4794	-4.6737	24.1	11.7	0.5	0.4	0.000	SEY1
55.5717	-21.2082	17.8	11.7	0.1	0.1	0.004	REUN

TABLE 2.3 – Vitesses mesurées par GPS à 11 sites GPS permanents situés sur les plaques Nubie et Somalie (Saria et al., 2013). Ces vitesses sont données par rapport à un repère géodésique moyen appelé “ITRF”.

En 2005, R. Gordon et collaborateurs analysent dans le détail les anomalies magétiques et directions des failles transformantes le long de la dorsale sud-ouest indienne (SWIR, *South West Indian Ridge*). Ils cherchent à déterminer si les données requièrent l’existence d’une plaque Somalie séparée de la plaque Nubie. Si c’est le cas, alors il doit exister un point triple quelque part le long de la SWIR. Ils montrent que les données océaniques sont significativement mieux reproduites par un modèle cinématique à trois plaques Nubie–Somalie–Antarctique que par un modèle à deux plaques Afrique–Antarctique. Ils montrent aussi que le point triple doit se trouver à la jonction entre la SWIR et la zone de fracture Andrew Bain.

Depuis les années 2010, un certain nombre de stations GPS permanentes permettent d’apporter un élément de réponse complémentaire pour l’actuel. Plaçons nous dans la situation de 2010 où nous disposons de :

- 3 sites de mesure sur la plaque Somalie : MALI, SEY1, REUN.
- 8 sites de mesures sur la plaque Nubie : RABT, MAS1, NKLG, ZAMB, HRAO, SUTH, SIMO, GOUG.

Le tableau 2.3 donne les vitesses mesurées par GPS par rapport à un repère géodésique moyen appelé “ITRF” (Saria et al., 2013). L’estimation de la vitesse angulaire de la Nubie par rapport à ITRF est donnée ci-dessous :

ANGULAR VELOCITY:	Wx	Wy	Wz			
	0.0262	-0.1714	0.2018	(deg/My)		
	4.5762e-04	-2.9911e-03	3.5229e-03	(rad/My)		
COVARIANCE ELMTS:	XX	XY	XZ	YY	YZ	ZZ
	0.4137	0.0428	-0.0541	0.1304	-0.0230	0.1852 (10 ⁻⁵ deg/My)**2
	12.6017	1.3051	-1.6483	3.9718	-0.6999	5.6400 (10 ⁻¹⁰ rad/My)**2
ROTATION PARAMETERS:	Lon (deg)	Lat (deg)	Ang +- (deg/My)			
	49.3398	-81.3016	0.2661	0.0013		

TABLE DES MATIÈRES

-49.3398 98.6984 -0.2661 0.0013

STANDARD ERROR ELLIPSE: Semi-max Semi-min Azim (deg CCW from N)
 0.6278 0.3480 172.5

STATISTICS:

CHI**2 : 13.95
 DEGREES OF FREEDOM: 13
 REDUCED CHI**2 : 1.07

RESIDUALS (mm/yr):

Lon	Lat	Ve	Vn	Sve	Svn	Corr	Site
-6.854	33.998	0.34	-0.59	0.40	0.37	0.05591	RABT
-15.633	27.764	0.40	0.01	0.72	0.38	0.03851	MAS1
9.672	0.354	-0.07	0.30	5.54	6.58	0.00005	NKLG
28.311	-15.425	-0.25	0.32	0.38	0.37	0.01855	ZAMB
27.687	-25.890	-0.29	0.15	0.71	0.71	0.00983	HRAO
20.810	-32.380	-0.13	0.23	0.38	0.37	0.03218	SUTH
18.439	-34.188	-0.28	0.38	1.05	1.05	0.00380	SIMO
-9.881	-40.349	0.38	-0.19	0.71	0.71	-0.00804	GOUG

On constate que les résidus sont faibles sur la plaque Nubie. Le χ_2 réduit est proche de 1, ce qui indique que le modèle satisfait les données. Les résidus montrent une vitesse non nulle vers l'est sur la plaque Somalie, cohérente avec l'ouverture actuelle du rift est africain. On peut maintenant calculer la vitesse angulaire Somalie/Nubie :

ANGULAR VELOCITY: Wx Wy Wz
 -0.0407 -0.0320 0.0390 (deg/My)
 -7.1053e-04 -5.5905e-04 6.8126e-04 (rad/My)

COVARIANCE ELMTS:

XX	XY	XZ	YY	YZ	ZZ
8.5737	9.0992	-3.1420	11.6951	-3.7749	2.0085 (10 ⁵ deg/My)**2
261.1704	277.1768	-95.7106	356.2536	-114.9914	61.1818 (10 ¹⁰ rad/My)**2

ROTATION PARAMETERS: Lon (deg) Lat (deg) Ang +- (deg/My)
 36.9989 -141.8040 0.0649 0.0131
 -36.9989 38.1960 -0.0649 0.0131

STANDARD ERROR ELLIPSE: Semi-max Semi-min Azim (deg CCW from N)
 8.0639 3.7372 118.9

STATISTICS:

CHI**2 : 5.22
 DEGREES OF FREEDOM: 3
 REDUCED CHI**2 : 1.04

RESIDUALS (mm/yr):

Lon	Lat	Ve	Vn	Sve	Svn	Corr	Site
40.194	-2.996	0.55	-0.46	0.73	0.74	0.15658	MALI
55.479	-4.674	-1.03	0.19	1.27	1.09	-0.03050	SEY1
55.572	-21.208	-0.15	0.23	0.52	0.61	0.10814	REUN

La figure 2.21 montre ce résultat sous forme cartographique. On constate que le mouvement Somalie–Nubie est décrit par un pôle de rotation situé au SE de l’Afrique du Sud, avec une rotation horaire de $0.0649^\circ/\text{Ma}$.

2.4 Modèles cinématiques instantanés

2.4.1 Modèles cinématiques géologiques

Vers la fin des années 60 la plupart des concepts de la tectonique des plaques sont en place : accréation océanique, anomalies magnétiques, failles transformantes, subduction. Un jeu de données commence à prendre corps – taux d’accréation océanique sur certaines dorsales, directions de failles transformantes, vecteurs glissement de grands séismes. Quelques chercheurs s’attachent alors à calculer les mouvements actuels des plaques, exprimés sous la forme de vecteurs de rotation angulaire. Tous ces modèles font les hypothèses d’un nombre limité de plaques rigides et d’une vitesse constante des plaques sur les intervalles de temps considérés (10 à 0.78 Ma). Depuis le premier modèle cinématique global de Le Pichon en 1968, la quantité de données océaniques n’a bien sûr cessé d’augmenter, en couvrant une fractions de plus en plus importants des océans. Cela permet des modèles de plus en plus précis et capable de quantifier le mouvement d’un nombre croissant de plaques avec le temps. Les étapes essentielles de ce processus sont résumées ci-dessous.

- **1967** : D. McKenzie et R. Parker (*“The North Pacific : an example of tectonics on a sphere”*, Nature 1967) proposent l’hypothèse de plaques rigides, en montrant qu’une rotation tangente à la faille de San Andreas permet de prédire les vecteurs glissement des séismes observés en Alaska, Kouriles, et Japon. Voir figure 2.14.
- **1968** : J. Morgan (*“Rises, Trenches, Great Faults, and Crustal Blocks”*, J. Geophys. Res., 1968) calcule une rotation angulaire pour 5 plaques à partir de directions de failles transformantes et de la dernière anomalie magnétique identifiée dans l’Atlantique. Voir figure 2.6.
- **1968** : X. Le Pichon calcule le premier modèle cinématique global à 6 plaques, basé sur l’anomalie magnétique 5 (10 Ma) (figure 2.22). Il utilise 25 taux d’accréation océanique et 15 directions de failles transformantes. C’est une quantité de données très faible, mais le modèle est malgré cela très satisfaisant.
- **1972** : C. Chase propose une méthode d’inversion par moindres carrés des données géologiques pour résoudre *“The N plate problem of plate tectonics”*. Il calcule un modèle cinématique global à 8 plaques (sur 10 Ma).

TABLE DES MATIÈRES

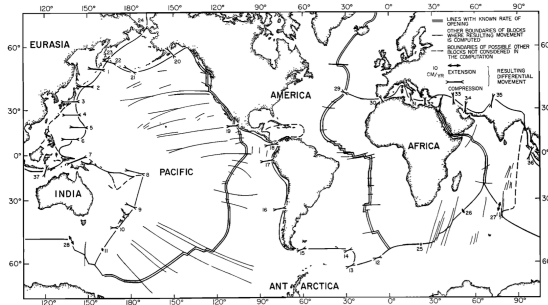


Fig. 8. The locations of the boundaries of the six blocks used in the computations. The numbers next to the vectors of differential movement refer to Table 8. Note that the boundaries where the rate of shortening or slippage exceeds about 2 cm/yr account for most of the world earthquake activity.

TABLE 4. Instantaneous Centers of Rotation Deduced from Table 2

	Latitude	Longitude	Rate,* 10 ⁻¹ deg/yr
America-Antarctica	79.9S	40.4E	-5.44
Africa-Antarctica	42.2S	13.7W	+3.24
India-Antarctica	4.5S	18.1E	+5.96
India-Eurasia	23.0N	5.2W	-5.50
India-Pacific	52.2S	169.2E	-12.3
Eurasia-Pacific	67.5S	138.5E	-8.15
Africa-Eurasia	9.3S	46.0W	-2.46

* Positive value indicates extension; negative, compression.

FIGURE 2.22 – Gauche : carte des frontières des 6 plaques utilisées par Le Pichon pour le premier calcul de cinématique global des plaques, publié en 1968. Droite vitesses angulaires des plaques de ce premier modèle.

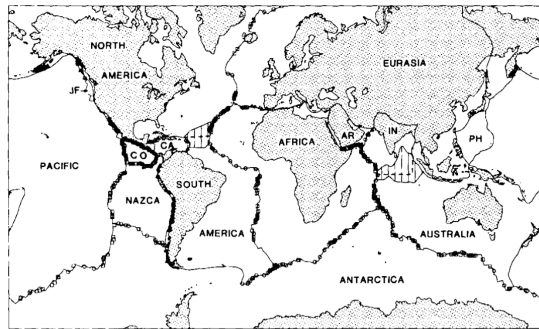


Table 1. NUVEL-1A Angular Velocities (Pacific Plate Fixed)

Pl	Latitude °N	Longitude °E	ω (deg-Myr ⁻¹)	ω_x	ω_y (radians-Myr ⁻¹)	ω_z
af	59.160	-73.174	0.9270	0.002401	-0.007939	0.013892
an	64.315	-83.984	0.8695	0.000689	-0.006541	0.013676
ar	59.658	-33.193	1.1107	0.008195	-0.005361	0.016730
au	60.080	1.742	1.0744	0.009349	0.000284	0.016252
ca	54.195	-80.802	0.8160	0.001332	-0.008225	0.011551
co	36.823	251.371	1.9975	-0.008915	-0.026445	0.020895
eu	61.066	-85.819	0.8391	0.000529	-0.007235	0.013123
in	60.494	-30.403	1.1034	0.008180	-0.004800	0.016760
na	48.709	-78.167	0.7486	0.001768	-0.008439	0.009817
nz	55.578	-90.096	1.3599	-0.000022	-0.013417	0.019579
sa	54.999	-85.752	0.6365	0.000472	-0.006355	0.009100

FIGURE 2.23 – Gauche : carte des 12 plaques utilisées pour le calcul du modèle cinématique NUVEL1 de DeMets et al. (1990, 1994). Droite : tableau des vitesses angulaires des plaques du modèle NUVEL1A.

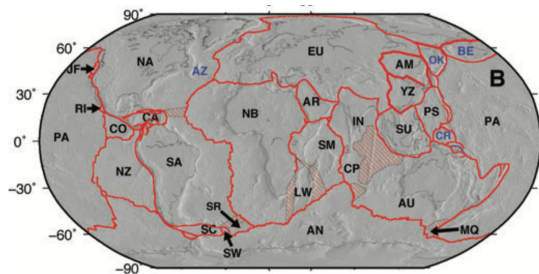


Plate pair	Angular velocity		
	Lat. (°N)	Long. (°E)	ω (deg Myr ⁻¹)
AM	65.9	-82.7	0.929
AN	65.9	-78.5	0.887
AR	60.0	-33.2	1.159
AU	60.1	6.3	1.079
CA	55.8	-77.5	0.905
CO	42.2	-112.8	1.676
CP	62.3	-10.1	1.139
EU	61.3	-78.9	0.856
IN	61.4	-31.2	1.141
JF	-0.6	37.8	0.625
LW	60.0	-66.9	0.932
MQ	59.2	-8.0	1.686
NA	48.9	-71.7	0.750
NB	58.7	-66.6	0.935
NZ	55.9	-87.8	1.311
PS	-4.6	-41.9	0.890
RI	25.7	-104.8	4.966
SA	56.0	-77.0	0.653
SC	57.8	-78.0	0.755
SM	59.3	-73.5	0.980
SR	55.7	-75.8	0.636
SU	59.8	-78.0	0.973
SW	-3.8	-42.4	1.444
YZ	65.5	-82.4	0.968

FIGURE 2.24 – Gauche : carte des 25 plaques utilisées pour le calcul du modèle cinématique MORVEL. Droite : tableau des vitesses angulaires des plaques du modèle MORVEL.

- **1974** : B. Minster et al. utilisent 68 taux d'accrétion océaniques, 62 directions de failles transformantes et 106 vecteurs glissement de séismes pour calculer un modèle cinématique global à 11 plaques, "RM1", avec un effort particulier sur l'estimation des incertitudes associées.
- **1978** : B. Minster et T. Jordan révisent RM1 avec plus de données et en utilisant l'anomalie magnétique 2a (3 Ma) et produisent "RM2", qui deviendra un standard pour quelques années. Dans le même temps, Chase (1978) calcule un modèle global à partir d'un jeu de données légèrement différent, "P071".
- **1990 puis 1994** : C. deMets et al. calculent un modèle à 12 plaques (figure 2.23) à partir d'une compilation alors inégalée de données océanographiques. Ils utilisent 1122 données réparties le long de 22 frontières de plaques : 227 taux d'ouverture déduits de la cartographie de l'anomalie magnétique 2a datée à 3.16 Ma, 121 directions de failles transformantes et 724 directions de vecteur glissement de séismes. Ce modèle cinématique, appelé NUVEL1 (1990) puis NUVEL1A (1994, après correction de l'échelle paléomagnétique) deviendra un standard pour de nombreuses années et continue d'être largement utilisé. Il a été mis à jour en 2010 par les mêmes auteurs sous le nom de "MORVEL"
- **2010** : DeMets et al. calculent un modèle à 25 plaques cette fois-ci, dénommé MORVEL. Le modèle utilise 1696 taux d'ouverture aux dorsales, 163 directions de failles transformantes et 56 directions de vecteur glissement de séismes. Le nombre de ces derniers a été réduit depuis NUVEL1 de manière à éviter de biaiser le modèle par le partitionnement de la déformation dans certaines subductions. Les taux d'ouverture océanique utilisent à nouveau l'anomalie magnétique 2a à 3.16 Ma, mais aussi, pour les dorsales suffisamment rapides où elle peut être identifiée, l'anomalie magnétique à 0.78 Ma. Enfin, pour certaines plaques dont la cinématique actuelle ne peut pas être déterminée à partir de données géologiques, les auteurs utilisent des données de géodésie spatiale GPS.

2.4.2 Modèles cinématiques géodésiques

Les techniques modernes de la géodésie satellitaire permettent de mesurer les positions de points à la surface du globe (ou dans l'espace) avec une précision de quelques millimètres. Dans tous les cas le principe consiste à mesurer le temps de propagation d'un signal électromagnétique entre plusieurs satellites de position connue et d'une station de position inconnue. On convertit ce temps de propagation en une distance en le multipliant par la célérité de la lumière dans le vide. Ceci est associé à une petite erreur due à la réfraction atmosphérique qui ralentit la propagation des ondes électromagnétique dans l'atmosphère par rapport au vide. On sait corriger cette erreur. Si l'on peut au même moment mesurer la distance entre le point de position inconnue et au moins 3 satellites de position connue, on peut alors déterminer les 3 inconnues du problème : latitude, longitude, elevation en coordonnées géodésiques ou de manière équivalente X, Y, Z (en mètres) dans un repère géocentrique orthonormé. Atteindre une précision de quelques millimètres requiert un certain nombre de conditions et corrections dont nous ne parlerons pas ici.



FIGURE 2.25 – Gauche : station SLR à Greenbelt (USA, Maryland), avec deux tirs laser dans le vert. Centre : station GPS permanente en Alaska. L’antenne, montée sur un trépied métallique ancré dans la roche, est protégée d’un radome. Le boîtier en arrière-plan contient le récepteur GPS, son alimentation et le système de communication pour le transfert des données. Droite : base DORIS à Badary, Sibérie. Il s’agit d’un dispositif émetteur vers des récepteurs embarqués sur divers satellites.

Les principales techniques de positionnement satellitaire, illustrées sur la figure 2.25, sont :

- Le SLR (“*Satellite Laser Ranging*”) : Des satellites passifs en orbite moyenne (400-500 km) sont munis de rétro-réfecteurs réfléchissant des tirs lasers puissants depuis des stations au sol. La mesure très précise du temps aller-retour du signal donne la distance au satellite.
- Le GNSS (“*Global Navigation Satellite System*”) : Des satellites actifs en orbite haute ($\sim 20\,000$ km) émettent un signal électromagnétique en bande L (1–2 GHz) vers la Terre où il est décodé par des récepteurs et converti en distance satellite–récepteur (Figure 2.26).
- Le DORIS (Détermination d’Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite) : Des stations sol actives émettent un signal électromagnétique en bande L vers des récepteurs embarqués dans des satellites. Ces signaux y sont décodés et convertis en distances satellite–récepteur.

Dans un repère géocentrique orthonormé lié à la Terre (Figure 2.26) le modèle mathématique qui relie la distance géométrique ρ aux coordonnées des satellites X^S, Y^S, Z^S et de la station sol X_R, Y_R, Z_R est donc :

$$\rho_R^S = \sqrt{(X^S - X_R)^2 + (Y^S - Y_R)^2 + (Z^S - Z_R)^2} \quad (2.57)$$

Dans le cas du GNSS, les horloges des récepteurs sont médiocres – ce qui permet des produits bon marché donc accessibles au plus grand nombre – et ne sont pas synchronisées avec la base de temps maintenue dans la constellation satellitaire. De fait la mesure de distance satellite–récepteur est affectée d’une erreur égale au décalage de temps entre le récepteur et le temps GNSS maintenu dans la constellation satellitaire : $\delta t = t_R - t^S$. Le modèle mathématique qui relie la mesure réelle aux coordonnées des satellites et de la station sol est donc :

$$R_R^S = \sqrt{(X^S - X_R)^2 + (Y^S - Y_R)^2 + (Z^S - Z_R)^2 + c\delta t} \quad (2.58)$$

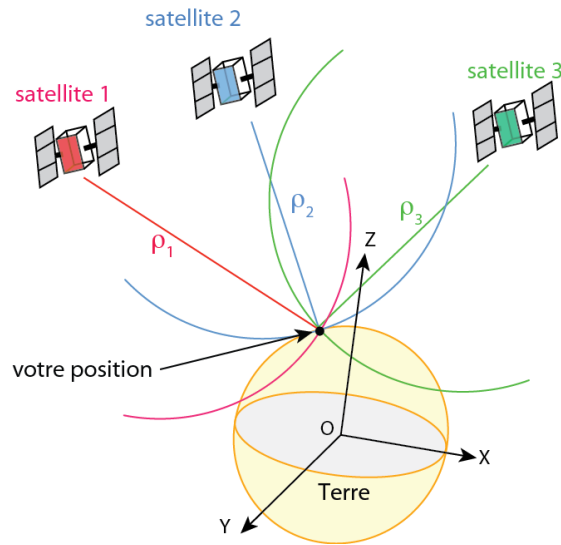


FIGURE 2.26 – Principe du positionnement GPS. Le site dont la position est recherchée se trouve à l’intersection de trois sphères de rayon ρ_1, ρ_2, ρ_3 . Les récepteurs GPS mesurent ces distances ρ , dont on peut déduire la position du site car les positions des satellites sont connues. Dans la pratique, un quatrième satellite est nécessaire car les horloges des récepteurs sont médiocres et ne sont pas synchronisées avec celles des satellites. Un calcul de précision millimétrique est possible mais nécessite de corriger de nombreuses sources d’erreur dans la mesure de ρ .

Un minimum de quatre satellites visibles au même moment est nécessaire pour déterminer une position. L’obtention d’une position de précision millimétrique nécessite des récepteurs GPS spécifiques et un post-traitement des observables ρ_R^S pour les corriger des erreurs de mesure liées à la propagation du signal électromagnétique, les caractéristiques de la réception et de l’émission du signal.

Au final, on obtient des positions déterminées avec une précision de quelques millimètres. Les figures montrent par exemple les positions du site ALGO (Algonquin, centre Canada, figure 2.27) en fonction du temps = série temporelle. On montre généralement séparément les composantes NS, EW et UP de la position du site pour une interprétation plus intuitive. On observe que ce site se déplace de manière linéaire en fonction du temps. La pente des séries temporelles EW et NS donne donc directement les deux composantes horizontales de la vitesse actuelle de la plaque nord américaine en ce site. La vitesse verticale positive de ce site est le résultat du réajustement isostatique postglaciaire induit par la fonte de la calotte glaciaire laurentide entre 16 et 10 ka.

On peut facilement calculer la pente des composantes EW et NS des séries temporelles de positions. Elle donnent directement les composantes NS et EW des vitesses horizontales moyennes des sites GPS sur la période de temps considérée. Leur représentation en carte permet de visualiser directement les déplacements actuels des principales plaques tectoniques, comme le montre la figure 2.28.

Les vitesses peuvent être représentées par rapport à une sorte de “moyenne glo-

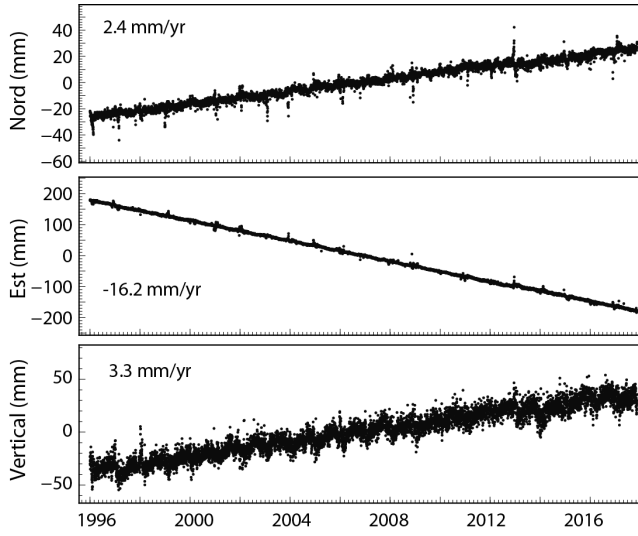


FIGURE 2.27 – Séries temporelles des trois composantes de la position du site GPS Algonquin, centre Canada. Il s’agit de l’un des plus anciens sites GPS mesuré de manière permanente. Chaque symbole représente une position journalière. On observe un déplacement linéaire en fonction du temps auquel s’ajoute un signal saisonnier et des artéfacts.

”, ou bien par rapport à une plaque dont la vitesse est arbitrairement fixée à zéro. Par exemple, on peut calculer le vecteur rotation angulaire ${}_{NOAM}\vec{\omega}_{ITRF}$ à partir des mesures des vitesses horizontales de n sites GPS situées sur la plaque Amérique du nord (équations 2.37 à 2.56. Les résidus de cette estimation (équation 2.38) permettent de quantifier le degré de rigidité de la plaque Amérique du nord. La figure 2.29 illustre ce calcul, qui permet d’observer (1) la très bonne cohérence des déplacements mesurés au sein de la plaque Amérique du nord stable avec une rotation rigide, et (2) le mouvement de l’ouest des Etats Unis par rapport à l’Amérique d Nord stable.

On peut aussi calculer, pour tous les sites situés sur la plaque Pacifique, la vitesse horizontale prédite par ce modèle :

$$\vec{v}_{mod} = R_E \left({}_{NOAM}\vec{\omega}_{ITRF} \wedge \vec{P}_u \right) \quad (2.59)$$

et déterminer la vitesse de ces sites par rapport à la plaque Amérique du nord telle que nous venons de la définir et qui consiste maintenant notre repère fixe, avec :

$$\vec{v}_{NOAM} = \vec{v}_{gps} - \vec{v}_{mod} \quad (2.60)$$

2.4.3 Comparaison modèles géologiques–géodésiques

Un des premiers modèles géodésiques globaux est calculé par R. Gordon (1990) à partir de mesures par Satellite Laser Ranging (SLR). Il utilise des paires de sites SLR sur des plaques différentes, calcule les taux de variations des distances intersites (= lignes de base) et les compare aux taux de variation prédits par le

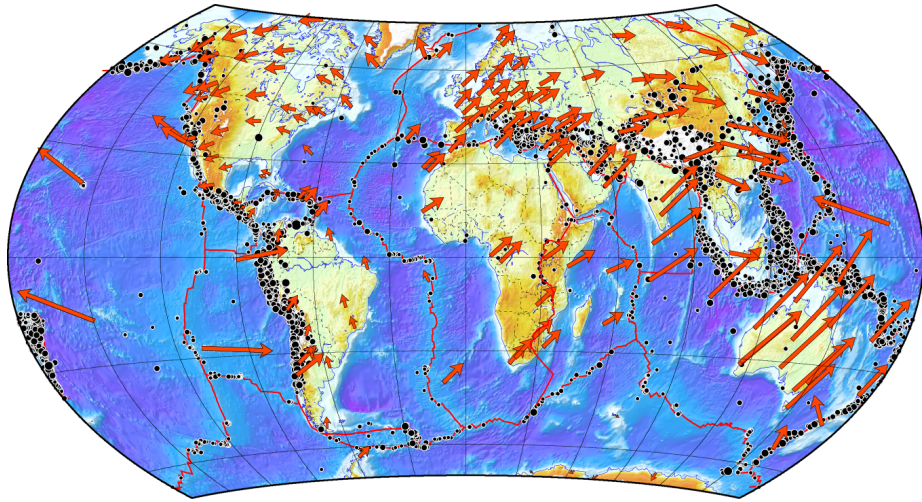


FIGURE 2.28 – Carte des vitesses horizontales pour un sous-ensemble de sites GPS opérant de manière continue. La sismicité est indiquée par des cercles noirs et les frontières de plaques par des lignes rouges.

modèle géologique NUVEL1. Le résultat est indiqué sur la figure 2.30. Ce dernier est une moyenne sur 3.16 Ma alors que les mesures SLR couvrent environ 10 ans de données. Il observe un excellent accord, ce qui implique que :

- Le mouvement des plaques est constant sur ~ 3 Ma.
- Les plaques sont rigides sur cet intervalle de temps.
- Les modèles géologique et géodésique sont validés.

DeMets et al. (2010) comparent les prédictions de MORVEL avec les mesures GPS sur les dix plaques majeures. On observe un accord géologie–géodésie qui s’améliore avec le temps. On constate aussi l’importance de la correction dite de “déplacement vers l’extérieur” (“*outward displacement*”) appliquée aux mesures de taux d’accrétion. Cette correction prend en compte le fait que les laves océaniques ne sont pas confinées exactement à la zone axiale active où la croûte océanique se forme, mais “bavent” vers l’extérieur. Cette correction est de l’ordre de 2 km, sauf pour les dorsales lentes de Carlsberg et des Reykjanes où elle est de 3 et 5 km, respectivement. L’impact sur les taux d’accrétion est de l’ordre de 1–2 mm/an.

De nos jours, un très grand nombre de stations GNSS fournissent en continu des données publiques qui peuvent être analysées par tous et fournir des vitesses actuelles pour la plupart des plaques tectoniques. On peut donc assez facilement calculer des modèles cinématiques globaux “instantanés”, que l’on peut ensuite comparer aux modèles géologiques généralement moyennés sur ~ 3 Ma (anomalie 2a). Parmi ces modèles, on peut retenir REVEL (Sella et al., 2002) et plus récemment GEODVEL (Argus et al., 2010), illustré sur les figures 2.31 et 2.32. GEODVEL utilise GPS, VLBI, SLR et DORIS pour déterminer les vitesses angulaires de 11 plaques et la vitesse du géocentre.

La figure 2.33 compare les vitesses linéaires estimées par MORVEL et GEODVEL pour les paires de plaques partageant une frontière. On observe que les mo-

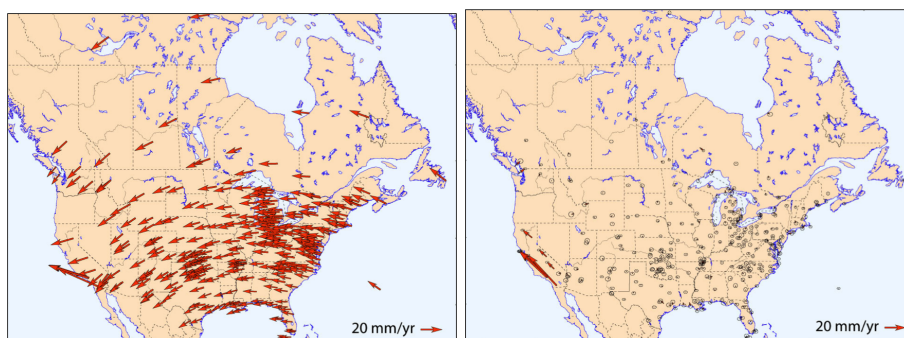


FIGURE 2.29 – Gauche : vitesses horizontales mesurées par GPS en Amérique du Nord exprimées par rapport à un repère global (ITRF). On observe la rotation anti-horaire de la plaque Amérique du Nord dans ce repère. Droite : vitesses horizontales résiduelles après avoir estimé la rotation angulaire de la plaque Amérique du Nord et soustrait cette rotation aux vitesses observées. On constate que les vitesses résiduelles sur la plaque Amérique du Nord sont très faibles. On observe de la déformation dans l’Ouest des Etats Unis lorsque l’on s’approche de la frontière avec la plaque Pacifique.

dèles géologique et géodésique sont en très bon accord, aux incertitudes près. Ils diffèrent significativement pour seulement deux frontières de plaques, Inde-Eurasie et Arabie-Eurasie. Cela peut indiquer que :

- Leur mouvement a légèrement varié au cours des 3 derniers millions d’années. Dans ce cas, la comparaison géodésie / géologie devrait contenir de l’information pertinente sur la dynamique (= forces agissant sur un milieu de comportement mécanique donné) des plaques lithosphériques et du manteau sous-jacent.
- Un biais existe dans les mesures géodésiques, par exemple le fait de ne pas corriger les vitesses actuelle de l’effet horizontal du rebond post-glaciaire.
- Un biais existe dans les données géologiques, par exemple un effet important d’*“outward displacement”* le long de certaines portions de dorsales océaniques.

2.5 Le repère des points chauds

Les “points chauds” (*hospots*) sont marqués à surface de la Terre par des épanchements volcaniques très importants parfois appelés “trapps”, ou par des chapelets d’îles alignées dans une direction. Les trapps du Deccan par exemple, sont une succession de coulées basaltiques sur 2,000 m d’épaisseur mise en place à environ 66 Ma. D’autres trapps célèbres sont ceux d’Éthiopie et de Sibérie. Ils font parfois partie de “larges provinces ignées”, régions de grande étendue géographique montrant des épanchements volcaniques et intrusions mises en place pendant un intervalle de temps très court d’à peine quelques Ma. Un exemple de chapelets d’îles volcaniques est la chaîne Hawaii–Empereur qui s’étend sur 6000 km du pacifique centrale à la fosse des Aléoutiennes. Elle comprend plus de 80 volcans sous-marins dont l’âge augmente linéairement du SE ou NW. L’ar-

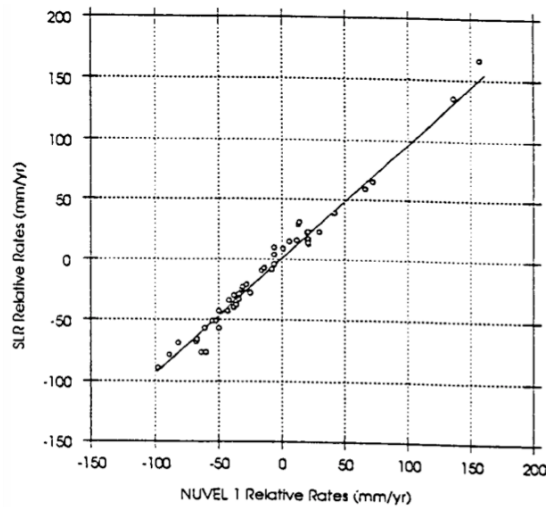


FIGURE 2.30 – Comparaison de vitesses relatives de 54 couples de plaques déterminées à partir de mesures SLR et estimées à partir du modèle cinématique global NUVEL-1. La pente de la droite de régression est 0.949 ± 0.019 . Figure originale de la publication de R. Gordon “Plate Motions are Steady”, *Geophysics News*, 1990.

chipel d’Hawaïi contient les volcans actifs de cette chaîne, le plus récent étant le volcan sous-marin Lo’ihi situé à 35 km au SE de l’île principale.

Le concept de panaches mantelliques verticaux au travers du manteau et stables les uns par rapport aux autres sur plusieurs Ma est une simplification importante de la réalité. Les panaches sont en effet défléchis par la circulation du manteau lors des 2900 km de leur ascension vers la surface. De plus, des études paléomagnétiques précises montrent que le point chaud d’Hawaïi a changé de position et s’est déplacé vers le sud en ~ 8 Ma entre 50 et 52 Ma lors de la formation du “coude” de la chaîne Empereur–Hawaïi (Tarduno et al., 2003).

En 1963, Tuzo Wilson (étudiant de Harry Hess) propose que l’archipel Hawaïi–Empereur est le résultat du déplacement de la plaque Pacifique au-dessus d’un panache, ou point chaud, stationnaire dans le manteau (figure ??). D’autres systèmes équivalents sont identifiés (Tuamotu, Austral-Gilbert-Marshall), ce qui conduit Morgan (1971) à proposer que les points chauds forment un ensemble de points fixes par rapport au manteau et les uns par rapport aux autres. Il émet l’hypothèse que ces points chauds sont la manifestation en surface de panaches de matériaux convectif mantellique ayant leur source dans le manteau inférieur. Il propose aussi que cette convection fournit la moteur du mouvement des plaques.

La stabilité des points chauds par rapport au manteau et les uns par rapport aux autres, si elle est avérée, fournit donc un repère par rapport auquel les mouvements des plaques peut être calculé. Plusieurs modèles ont été proposés, le plus récent est celui de Gripp et Gordon (2002). Les données sont l’âge des édifices volcaniques et leur position, les deux quantités qui servent à déterminer le vecteur déplacement de la plaque au-dessus du point chaud, comme le montre

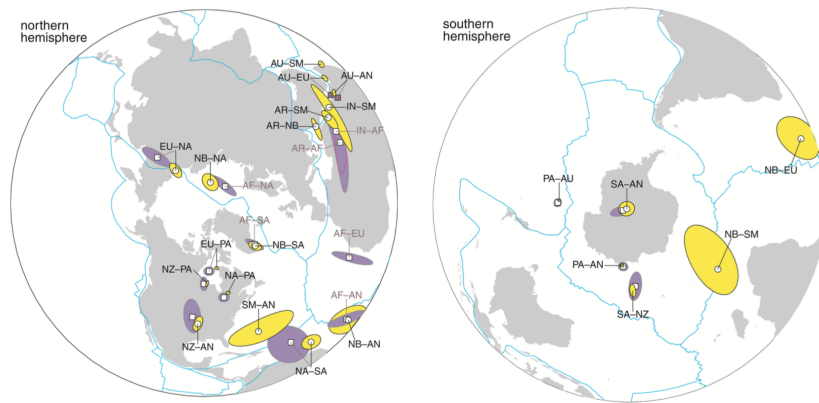


FIGURE 2.31 – Poles de rotation et ellipses de confiance associées à 95% de confiance pour les paires de plaques partageant une frontière telles que calculées par le modèle géodésique GEODVEL (jaune) et le modèle géologique NUVEL1A (violet). Figure tirée de Argus et al., 2010.

par exemple la figure 2.35 pour Hawaii. Durant les 5.8 derniers Ma la largeur de la trace moyenne des points chauds sur la lithosphère ancienne est de 130 km. Elle peut être plus large sur de la lithosphère (220 km). Il en résulte une précision beaucoup moins grande que pour la mesure du mouvement relatif des plaques. De plus, il faut une longueur minimale des chaînes volcaniques pour obtenir des vecteurs déplacement fiables, au moins 4 Ma.

Gripp et Gordon (2002) font cet exercice pour les derniers 5.8 Ma. Les vitesses qu'ils obtiennent sont représentées sur la figure 2.36. Les incertitudes associées à leurs résultats sont importantes, de l'ordre de ± 20 à 40 km/Ma. Leurs résultats indiquent que :

- Les plaques continentales tendent à se déplacer plus lentement que les plaques océaniques.
- Les plaques ayant une fraction importante de leur frontière attachée à des slabs en subduction tendent à se déplacer plus rapidement.
- Il y a une rotation globale nette de la lithosphère par rapport au repère des hotspots de $0.44^\circ/\text{Ma}$

Le concept de panaches mantelliques verticaux au travers du manteau et stables les uns par rapport aux autres sur plusieurs Ma est une simplification importante de la réalité. Les panaches sont en effet défléchis par la circulation du manteau lors des 2900 km de leur ascension vers la surface. De plus, des études paléomagnétiques précises montrent que le point chaud d'Hawaii a changé de position et s'est déplacé vers le sud en ~ 8 Ma entre 50 et 52 Ma lors de la formation du "coude" de la chaîne Empereur-Hawaii (Tarduno et al., 2003).

2.6 La condition de non rotation globale

Les calculs ci-dessus fournissent les vecteurs rotation angulaire qui décrivent les vitesses relatives d'une plaque par rapport à une autre. Pour un total de n

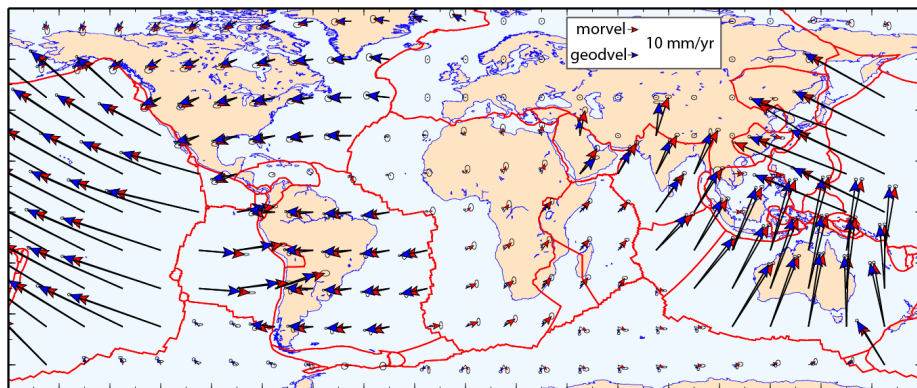


FIGURE 2.32 – Vitesses linéaires prédites par les modèles cinématiques globaux MORVEL et GEODVEL, exprimées par rapport à la plaque Eurasie.

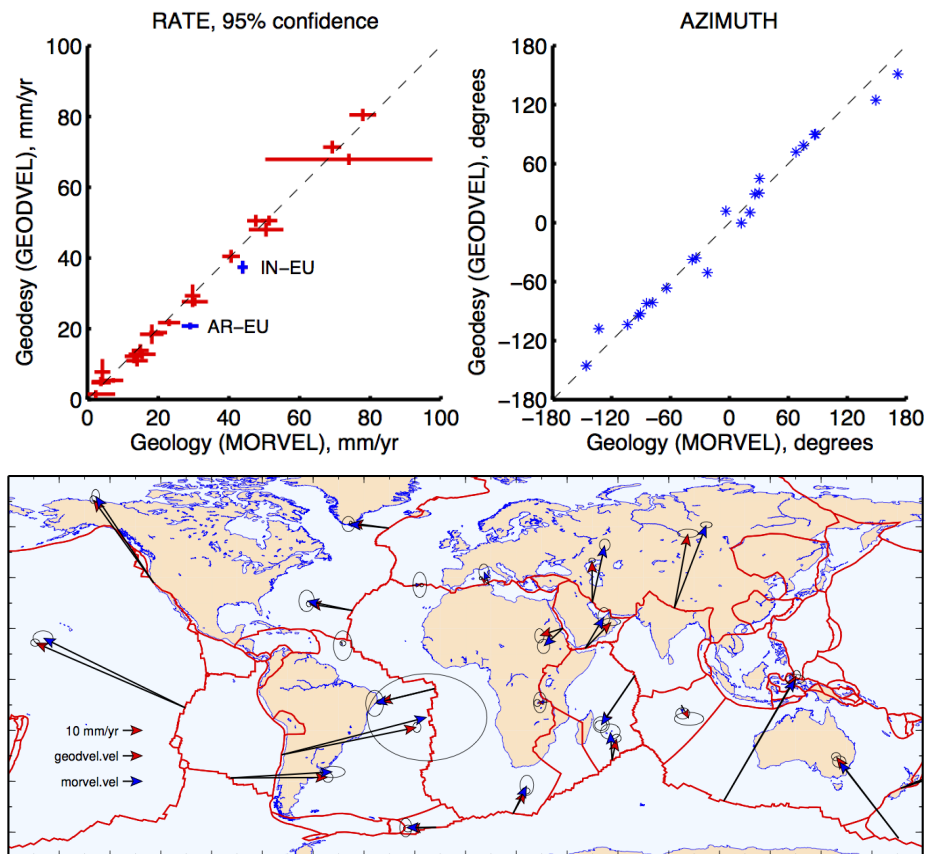


FIGURE 2.33 – Différences entre les vitesses linéaires estimées par MORVEL et GEODVEL pour les paires de plaques partageant une frontière. Les barres d'erreur sur le panneau du haut et les ellipses d'erreur sur la carte du bas sont données pour 95% de confiance. On observe que les modèles géologique et géodésique diffèrent significativement pour seulement deux frontières de plaques, Inde-Eurasie et Arabie-Eurasie.

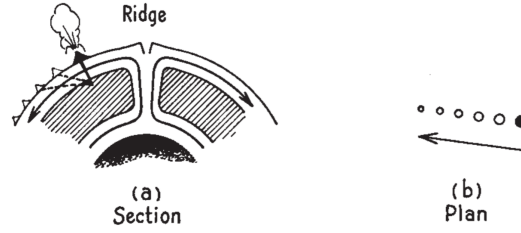


FIG. 5. Diagram to illustrate that if lava is generated in the stable core of a convection cell, and the surface is carried by the jet stream, then one source can give rise to a chain of extinct volcanoes even if the source is not over a rising current. This is proposed as a possible origin of the Hawaiian chain of islands.

FIGURE 2.34 – Schéma expliquant la formation de l’archipel de Hawaii par le fonctionnement d’un point chaud dans l’interprétation originelle des points chauds par Tuzo Wilson. Figure tirée de Wilson, 1963.

plaques on ne peut donc pas calculer de mouvement “absolu” car ces observables fournissent au plus $n - 1$ conditions indépendantes. Par exemple, dans le cas de deux plaques on ne dispose à l’évidence que d’une seule information qui est la vitesses relative entre les deux plaques.

On peut par contre imposer une condition externe supplémentaire, par exemple dire que la somme du moment cinétique résultant des vitesses des plaques est nul. Cela revient à dire que les plaques n’échangent pas d’énergie mécanique avec le manteau sous-jacent. Cette notion a été introduite par Liboutry (1972).

Le moment angulaire de deux plaques hémisphériques A et B d’épaisseur constante est (figure 2.37) :

$$L_A = \int_A \vec{R} \wedge_A \vec{v}_{NNR} dm \quad L_B = \int_B \vec{R} \wedge_B \vec{v}_{NNR} dm \quad (2.61)$$

La condition dite de “non rotation globale” ou NNR (“No Net Rotation”) donne la solution triviale suivante :

$$\sum L = 0 \implies A \vec{v}_{NNR} = B \vec{v}_{NNR} = \frac{B \vec{v}_A}{2} \quad (2.62)$$

De fait, NNR peut être considéré comme un repère qui n’est pas attaché à une plaque particulière et qui permet d’exprimer leurs vitesses de manière “absolue”.

Dans le cas général on a l’intégrale de volume suivante sur l’ensemble de la Terre :

$$\int_E \vec{v} \wedge \vec{r} dm = \vec{0} \quad (2.63)$$

On fait la simplification que la lithosphère a une densité et une épaisseur uniformes (justifié par rapport aux variations à l’échelle de la planète entière), on remplace donc par une intégrale de surface :

$$\int_S \vec{v} \wedge \vec{r} dA = \vec{0} \quad (2.64)$$

où dA est un élément de surface. Nous traitons un ensemble de plaques discrètes,

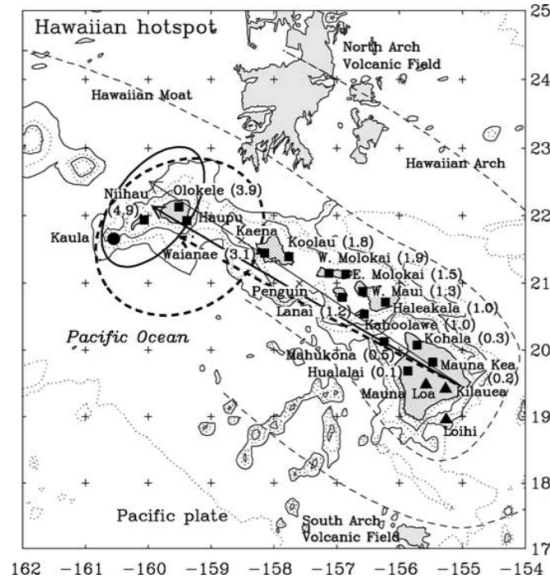


FIGURE 2.35 – L’archipel d’Hawaïi matérialise un point chaud, avec des laves d’autant plus récentes que l’on se déplace vers le sud-est. Les chiffres entre parenthèses sont leurs âges en millions d’années. Figure tirée de Gripp and Gordon, 2002.

on peut donc scinder cette intégrale :

$$\sum_{P=1}^n \int_P \vec{v} \wedge \vec{r} dA = \sum_{P=1}^n L_P = \vec{0} \quad (2.65)$$

avec, pour une plaque donnée :

$$L_P = \int_P \vec{v} \wedge \vec{r} dA \quad (2.66)$$

La vitesse d’un point M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ sur une plaque rigide P est donnée par :

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{\omega}_P \wedge \vec{r} \quad (2.67)$$

où $\vec{\omega}_P$ est le vecteur rotation angulaire de la plaque P dans le repère NNR. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} L_P &= \int_P \vec{r} \wedge (\vec{\omega}_P \wedge \vec{r}) dA \\ &= \int_P (\vec{r} \vec{r}) \vec{\omega}_P dA - \int_P (\vec{r} \vec{\omega}_P) \vec{r} dA \\ &= r^2 \vec{\omega}_P \int_P dA - \int_P (\vec{r} \vec{\omega}_P) \vec{r} dA \\ &= \vec{\omega}_P A_P - \int_P (\vec{r} \vec{\omega}_P) \vec{r} dA \end{aligned} \quad (2.68)$$

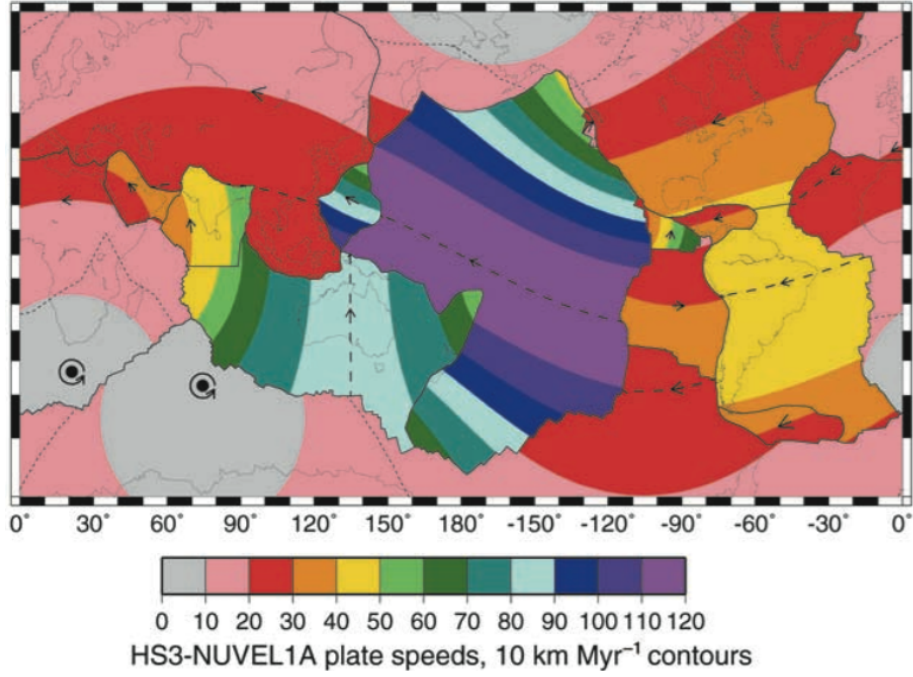


FIGURE 2.36 – Vitesse moyenne des plaques sur les 5.8 derniers millions d’années par rapport aux points chauds. Figure tirée de Gripp and Gordon, 2002.

où A_P est l’aire de la plaque P . Le second terme est un peu plus pénible, mais peut se simplifier en le développant :

$$\begin{aligned}
 (\vec{r} \vec{\omega}_P) \vec{r} &= (x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + x_3 \omega_3) \vec{r} \\
 &= \begin{bmatrix} x_1^2 \omega_1 + x_1 x_2 \omega_2 + x_1 x_3 \omega_3 \\ x_1 x_2 \omega_1 + x_2^2 \omega_2 + x_2 x_3 \omega_3 \\ x_1 x_3 \omega_1 + x_2 x_3 \omega_2 + x_3^2 \omega_3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 x_2 & x_1 x_3 \\ x_1 x_2 & x_2^2 & x_2 x_3 \\ x_1 x_3 & x_2 x_3 & x_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.69}$$

On a donc :

$$\int_P (\vec{r} \vec{\omega}_P) \vec{r} dA = \begin{bmatrix} \int x_1^2 & \int x_1 x_2 & \int x_1 x_3 \\ \int x_1 x_2 & \int x_2^2 & \int x_2 x_3 \\ \int x_1 x_3 & \int x_2 x_3 & \int x_3^2 \end{bmatrix} \vec{\omega}_P dA \tag{2.70}$$

On introduit une matrice 3×3 symétrique S_P dont les éléments sont définis par :

$$S_{Pij} = \int_P (x_i x_j) dA \tag{2.71}$$

Le second terme plus haut devient donc :

$$\int_P (\vec{r} \vec{\omega}_P) \vec{r} dA = S_P \vec{\omega}_P \tag{2.72}$$

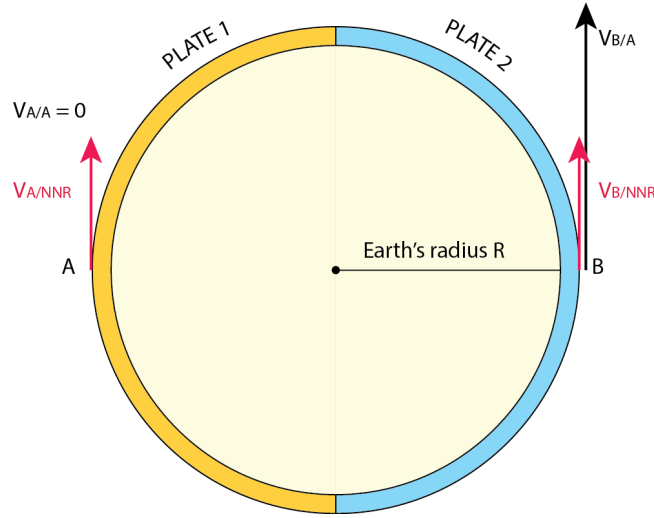


FIGURE 2.37 – Cas simplifié d’une Terre à deux plaques hémisphériques A et B d’épaisseur constante. On ne peut en toute rigueur que mesurer leur mouvement relatif, par exemple la vitesse $\vec{V}_{B/A}$ du point B par rapport à la plaque 1. Imposer que la somme du moment cinétique résultant des vitesses des plaques est nul revient à définir un repère “moyen” que nous appellerons NNR pour “no net rotation” dans lequel ${}^A\vec{v}_{NNR} = {}^B\vec{v}_{NNR} = {}^B\vec{v}_A/2$.

On peut donc écrire, finalement, que :

$$\begin{aligned}
 L_P &= \int_P \vec{r} \wedge (\vec{\omega}_P \wedge \vec{r}) dA \\
 &= \vec{\omega}_P A_P - S_P \vec{\omega}_P \\
 &= (A_P I - S_P) \vec{\omega}_P \\
 &= Q_P \vec{\omega}_P
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

Q_P est une matrice 3×3 qui ne dépend que de la géométrie de la plaque P et dont les éléments sont définis par :

$$Q_{Pij} = \int_P (\delta_{ij} - x_i x_j) dA \tag{2.74}$$

où $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ ou $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ (“Kronecker delta”). La condition de non-rotation globale devient alors :

$$\sum_P Q_P \vec{\omega}_P = \vec{0} \tag{2.75}$$

Les observations sont des vecteurs rotation angulaire décrivant les mouvements relatifs des plaques, par exemple par rapport à la plaque Pacifique. Pour une plaque P , puisque les rotations angulaires sont additives, on peut écrire :

$${}^P\vec{\omega}_{NNR} = {}^P\vec{\omega}_{pfc} + {}_{pfc}\vec{\omega}_{NNR} \tag{2.76}$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \sum_P Q_p (P\vec{\omega}_{pcfc} + {}_{pcfc} \vec{\omega}_{NNR}) &= \vec{0} \\ \sum_P Q_p P\vec{\omega}_{pcfc} + \sum_P Q_p {}_{pcfc} \vec{\omega}_{NNR} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Sur une sphère de rayon unité on a :

$$\sum_P Q_p = \frac{8\pi}{3} I \quad (2.78)$$

Donc :

$$\sum_P Q_p P\vec{\omega}_{pcfc} + \frac{8\pi}{3} I {}_{pcfc} \vec{\omega}_{NNR} = \vec{0} \quad (2.79)$$

Et finalement :

$$\begin{aligned} {}_{pcfc} \vec{\omega}_{NNR} &= -\frac{3}{8\pi} \sum_P Q_p P\vec{\omega}_{pcfc} \\ Q_p &= \int_P (\delta_{ij} - x_i x_j) dA \end{aligned} \quad (2.80)$$

où $P\vec{\omega}_{pcfc}$ est donné par un modèle de mouvement relatif de plaques, Q_p sont des matrices 3×3 calculées pour chaque plaque connaissant sa géométrie, δ est le Kronecker delta, x est un vecteur position, et A est l'aire de la plaque P . En pratique on discrétise les plaques de manière à écrire cette dernière intégrale sous forme de somme discrète. Une fois la rotation angulaire Pacifique–NNR déterminée de cette manière, on calcule la rotation angulaire de toute plaque P en utilisant :

$$P\vec{\omega}_{NNR} = P\vec{\omega}_{pcfc} + {}_{pcfc} \vec{\omega}_{NNR} \quad (2.81)$$

Cette condition, dite de “non rotation globale” (“*no net rotation*” ou NNR) permet de lever l’ambiguïté des $n - 1$ conditions pour n plaques et de déterminer des vitesses “absolues” des plaques. En fait NNR est un repère comme un autre, dans lequel on a imposé que le manteau n’exerce pas de force sur la lithosphère et vice versa. On appelle parfois ce type de repère – abusivement – “par rapport au manteau fixe”. ITRF, le repère de référence terrestre international utilisé en géodésie mentionné plus haut, utilise cette condition de non rotation globale.

Dans la réalité cette condition n’est pas réaliste car manteau et lithosphère échangent de l’énergie mécanique. Les slabs dans le manteau ainsi que le cisaillement à la base de la lithosphère jouent un rôle majeur dans la dynamique des plaques lithosphériques.