

# Observation de la Terre par satellite

Systemes de référence

Orbitographie

Principes du positionnement GNSS\*

Eric Calais

Ecole Normale Supérieure

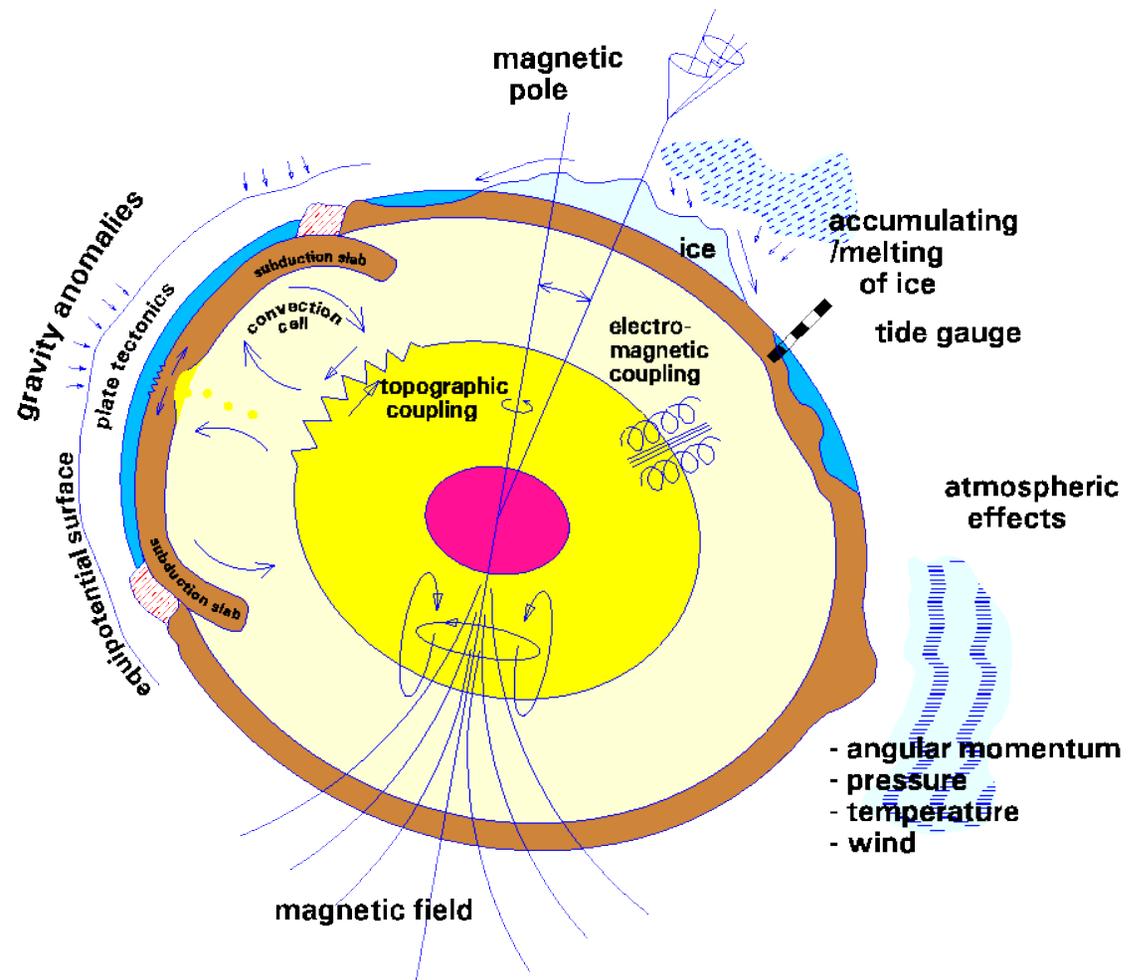
[eric.calais@ens.fr](mailto:eric.calais@ens.fr)

<http://www.geologie.ens.fr/~ecalais>

(\*) Global Navigation Satellite System

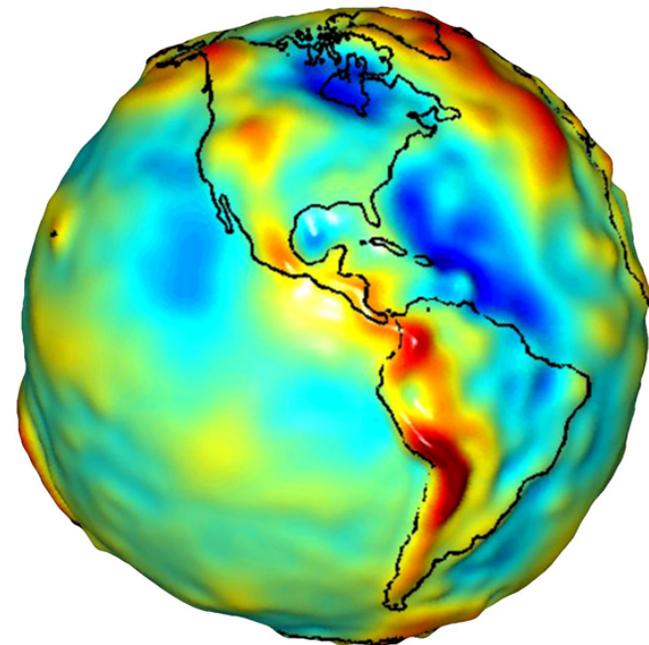
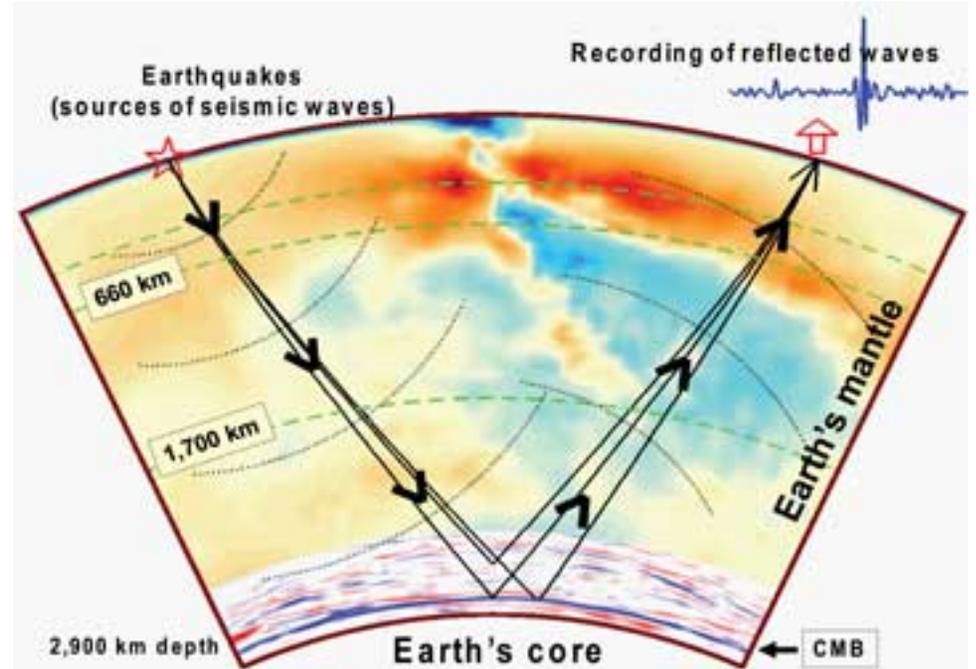
# Motivation

- Une planète dynamique, à toutes les échelles
- Processus géophysiques:
  - Origine généralement profonde – inaccessibles directement
  - Fondamentalement: il faudrait connaître contraintes et rhéologie partout et tout le temps – impossible



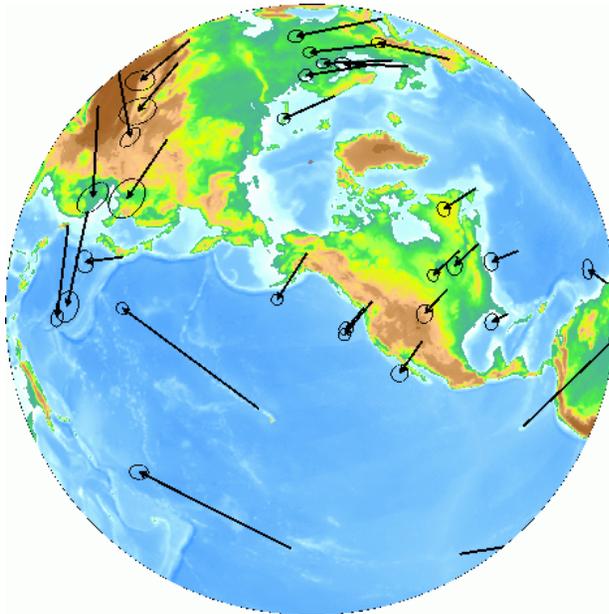
# Motivation

- Comment faire?
  - Théories et calculs
  - Observations, par exemple:
    - Sismologie: image tomographiques
    - Gravimétrie: distribution des masses en profondeur
    - Positionnement: déformations en surface
- Objectif de ce cours:
  - Les méthodes de positionnement satellitaires
  - Comment/pourquoi nous permettent-elles de mieux connaître le fonctionnement de la Terre?



# Motivation

- Mesurer l'effet en surface de processus:
  - Tectoniques, volcaniques
  - Mais aussi: glissements de terrain, hydrologie, niveau des mers
- ⇒ déplacements et déformations
- Précision requise?
- A des échelles:
  - Régionale/locale
  - Continentale
  - Globale

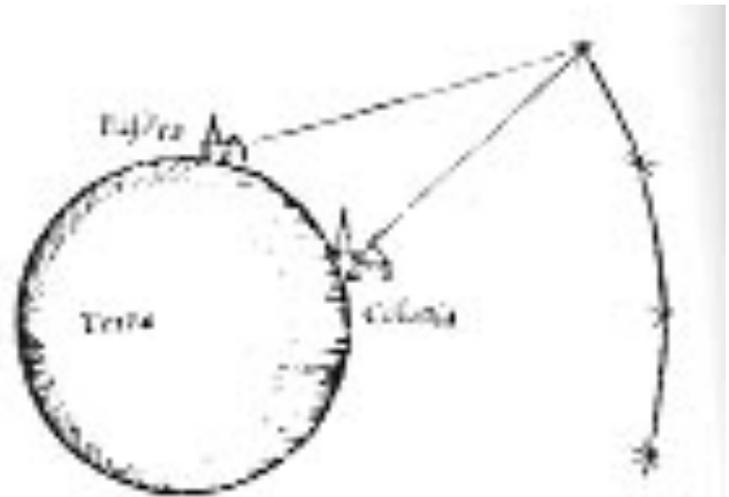


# Historique: La forme de la Terre

- Une huitre... (les Babyloniens 3000 B.C.)
- Une Terre plate:
  - Soutenue par de l'eau (Thales)
  - Soutenue par de l'air (Anaximène)
- Une sphère:
  - Pythagore (582-507 B.C.):
    - Considérations spéculatives basées sur l'esthétique: sphère considérée comme forme parfaite...
    - Premier à suggérer que la Terre décrit un cercle autour du soleil
  - Platon (4th siècle B.C.):
    - Vaisseaux s'éloignant de la côte, leur coque disparaît avant leur mât.
    - Trajectoires apparentes des étoiles vues de deux lieux différents.
    - Ombre arrondie de la terre sur la Lune lors des éclipses.



Carte d'Hécatee de Milet (VIe siècle av. J.-C.)

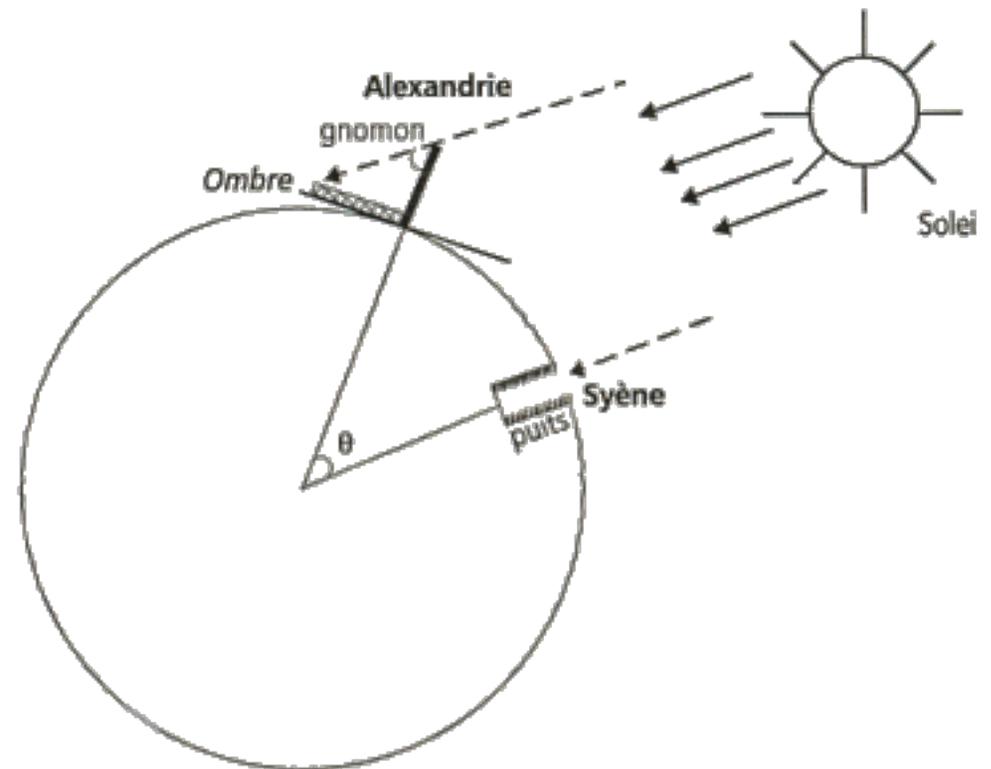


# Une sphère...



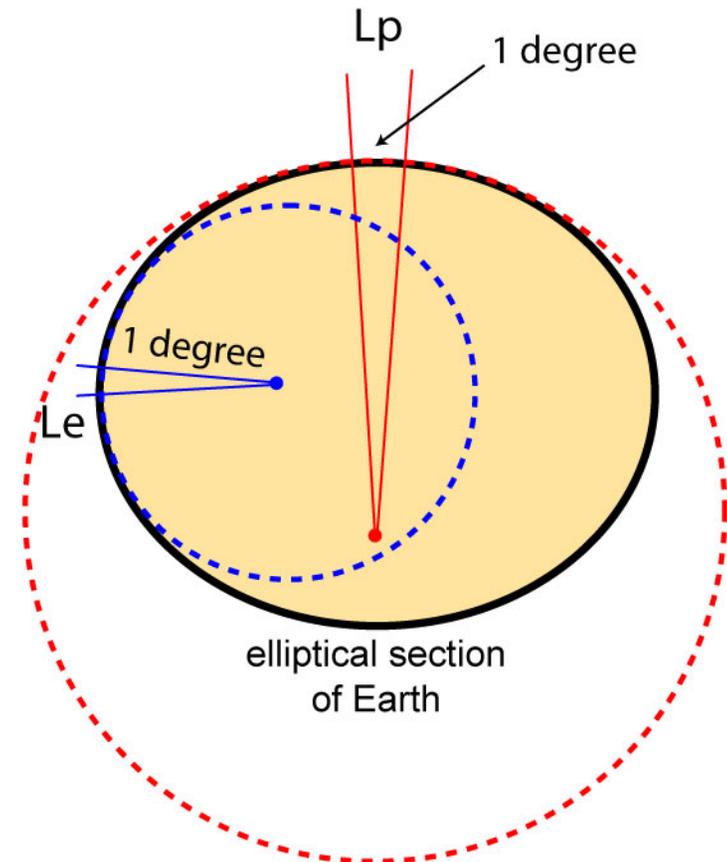
Eratosthène

- Ératosthène (275-195 B.C.), directeur de la bibliothèque d'Alexandrie, Egypte:
  - Observations au solstice d'été à midi à Alexandrie et Syène (= Assouan)
  - Assouan: les rayons solaires illuminent parfaitement la base du puits => soleil au zénith
  - Alexandrie: ombre portée d'un obélisque => soleil pas au zénith
  - Longueur de l'ombre et hauteur de l'obélisque =>  $\theta = 7.2$  degrés
  - Connaissant la distance Alexandrie Assouan = 10 jours de chameau = 5000 stades  $\sim 925\,000$  m
  - Rayon de la Terre  $R = 925\,000 / (7.2 \times \pi / 180) = 7\,364\,650$  m
  - Circonférence terrestre =  $2 \times \pi \times R = 46\,250\,000$  m, 40 030 000 m en réalité => erreur de 15%
- Le modèle de Terre sphérique est encore largement utilisé en géophysique (sismologie, cinématique des plaques, etc.)...



# Un ellipsoïde...

- Huygens, puis Newton:
  - Considérations théoriques: rotation de la Terre + fluide => la Terre devrait être elliptique et aplatie aux pôles.
  - Newton calcule l'aplatissement théorique: 1/230 (1/298 en réalité).
  - L'académie des Sciences commande un test.
- Deux expéditions pour mesurer la longueur d'un arc de méridien:
  - Clairaut et Maupertuis, 1736, Laponie
  - Bouguer et Condamine, 1743, Pérou
  - Résultat: 1 degré de méridien est plus long à la surface de la Terre en Laponie qu'au Pérou
  - Donc une sphère tangente au pôle a un rayon supérieur a une sphère tangente à l'équateur
  - Donc les pôles sont « aplatis »
  - Première définition du mètre: « 10 millionième part du quart de la circonférence d'un méridien terrestres ».



# Un ellipsoïde

La forme de la Terre est représenté mathématiquement par un ellipsoïde:

– Semi grand axis = rayon équatorial = ***a***

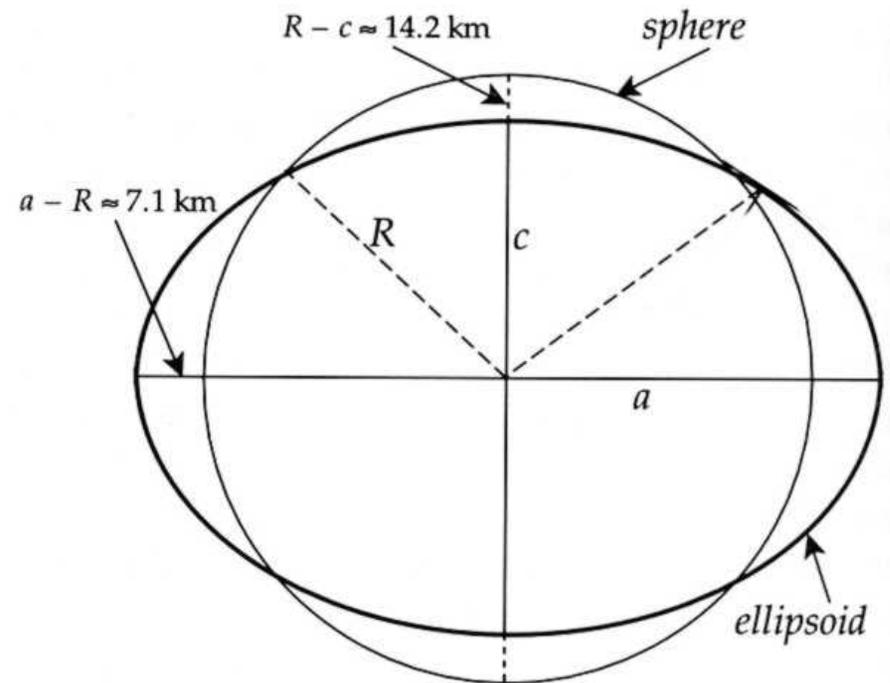
– Semi petit axis = rayon polaire = ***c***

– Aplatissement (relation entre les rayons équatorial et polaire):

$$f = \frac{a - c}{a}$$

– Excentricité:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{a} \Rightarrow e^2 = 2f - f^2$$



$a = 6378.136 \text{ km}$
$c = 6356.751 \text{ km}$
$R = 6371.000 \text{ km}$

Comparison entre l'ellipsoïde WGS84 et une sphère de volume équivalent.

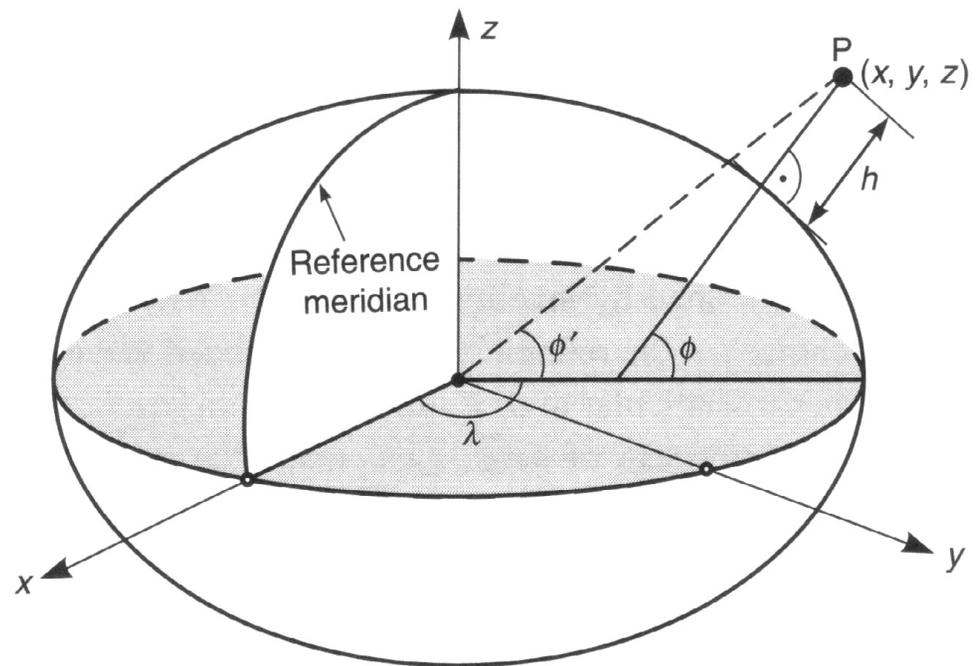
# Coordonnées ellipsoïdales

- Puisque la Terre a (approximativement) la forme d'un ellipsoïde, il est pratique de décrire des positions à sa surface par leur latitude, longitude, et hauteur = coordonnées ellipsoïdales:

- Méridien principal = origine des longitudes
- Equateur = origine des latitudes
- Latitude géodésique  $\phi$  = angle entre le plan équatorial plane et la direction normale à l'ellipsoïde
- Longitude géodésique  $\lambda$  = angle avec le méridien de référence dans le plan équatorial
- Hauteur  $h$  = distance a l'ellipsoïde dans une direction normale à l'ellipsoïde

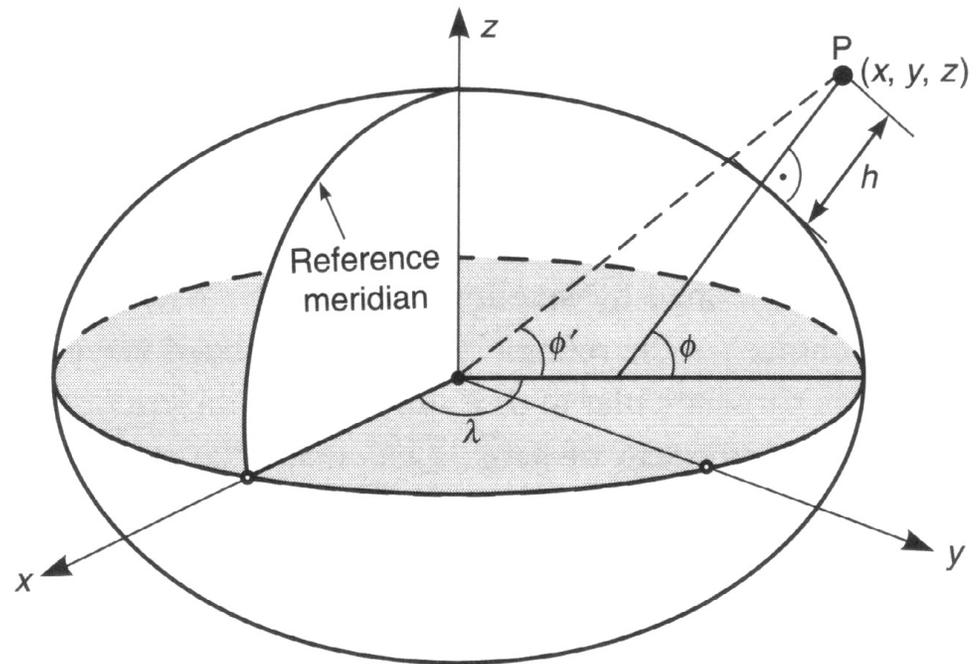
- Autres coordonnées:

- Latitude géocentrique  $\phi'$



# Coordonnées cartésiennes

- Autre système de coordonnées possible, plus simple:
  - Origine = centre de masse de la Terre
  - 3 axes orthogonaux X, Y, Z
  - Z = axe de rotation de la Terre
  - Plan (X,Z) = contient le méridien principal
  - Plan (X,Y) = coïncide avec le plan équatorial
  - Unité = mètre
  - Lié à la Terre (tourne avec lui)
- Transformations mathématiques de géodésiques à cartésiennes triviales



$$\tan \lambda = y / x$$

$$p = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}}$$

$$h = \frac{p}{\cos \phi} - N$$

$$\tan \phi = \frac{z}{p} \left( 1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right)$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h) \cos \phi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \phi \sin \lambda \\ (N(1 - e^2) + h) \sin \phi \end{bmatrix}$$

# Une origine dynamique

- Définition précédente = purement géométrique (ou statique)
- L'ellipsoïde de référence repose en fait sur une définition dynamique: la forme d'une équipotentielle de pesanteur pour une Terre homogène en rotation à vitesse constante autour d'un axe fixe dans l'espace = un géoïde théorique
- On peut montrer que la forme géométrique d'une équipotentielle de pesanteur est un ellipsoïde
- Référence actuelle = GRS80 (adopté par l'AIG)
- Défini par 4 paramètres:
  - $a = 6,378,137$  m
  - $GM = 398,600.5 \times 10^9$  m<sup>3</sup>s<sup>-2</sup>
  - $J_2 = 1,082.63 \times 10^{-6}$
  - $\omega = 7,292,115 \times 10^{-11}$  rad s<sup>-1</sup>

$$U = \frac{GM}{r} + \underbrace{\left[ \frac{1}{3}\omega^2 r^2 - \frac{1}{3}\omega^2 r^2 P_2 \right]}_{\text{Termes de rotation}} - \underbrace{\left[ \frac{GM}{r^3} a_e^2 J_2 P_2 \right]}_{\text{Terme d'aplatissement}}$$

...  
Termes dépendent de la latitude

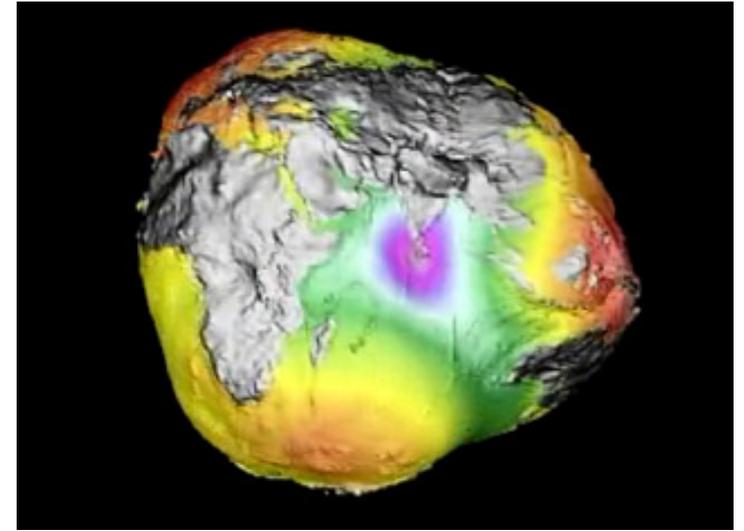
$$r = a \left[ 1 - \left( \frac{3}{2} J_2 + \frac{\omega^2 a^2}{2GM} \right) \sin^2 \varphi \right]$$

= un ellipsoïde

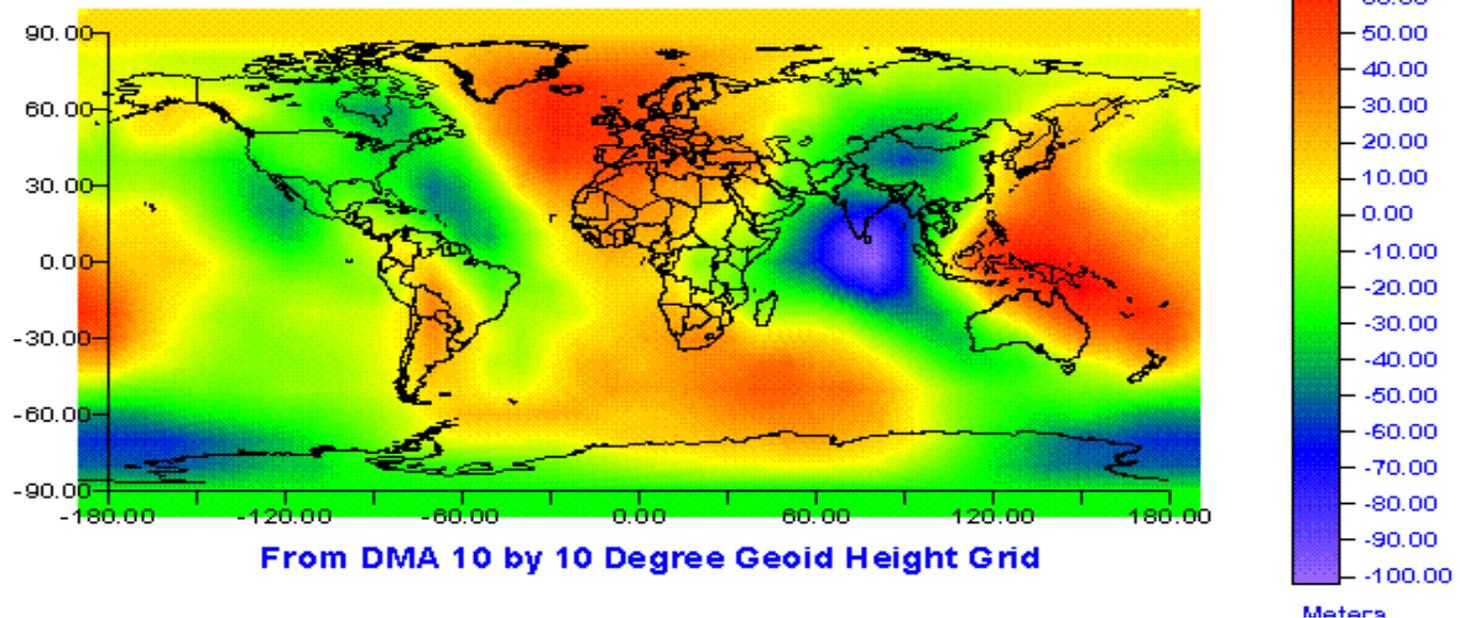
- $\theta$  = colatitude,  $\varphi$  = latitude
- $r$  = distance au centre de figure
- $\omega$  = vitesse de rotation (rad/sec)
- $a$  = rayon équatorial
- $J_2$  = quantifie l'aplatissement
- $P_2 = 0.5 \times (3 \cos^2 \theta - 1)$

# Géοïde

- Le « vrai » géοïde n'a pas la forme d'un ellipsoïde ... mais d'un « patatoïde »
- Sa hauteur par rapport a l'ellipsoïde de référence varie de +/- 100 m
- Causes: dynamique interne de la planète

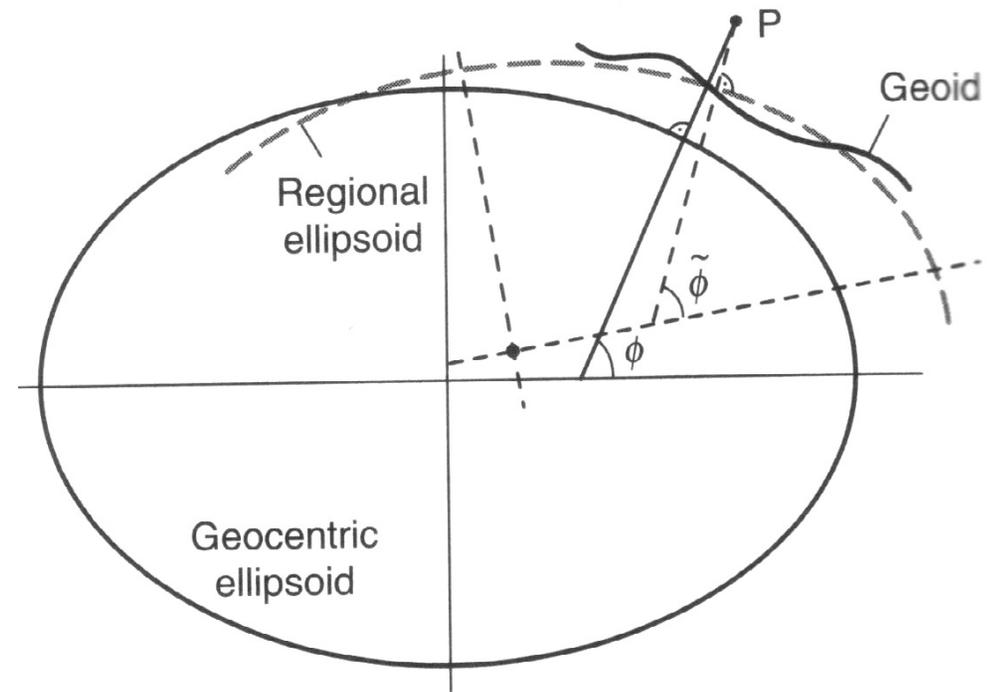


## WGS-84 Geoid Height



# Ellipsoïdes de référence

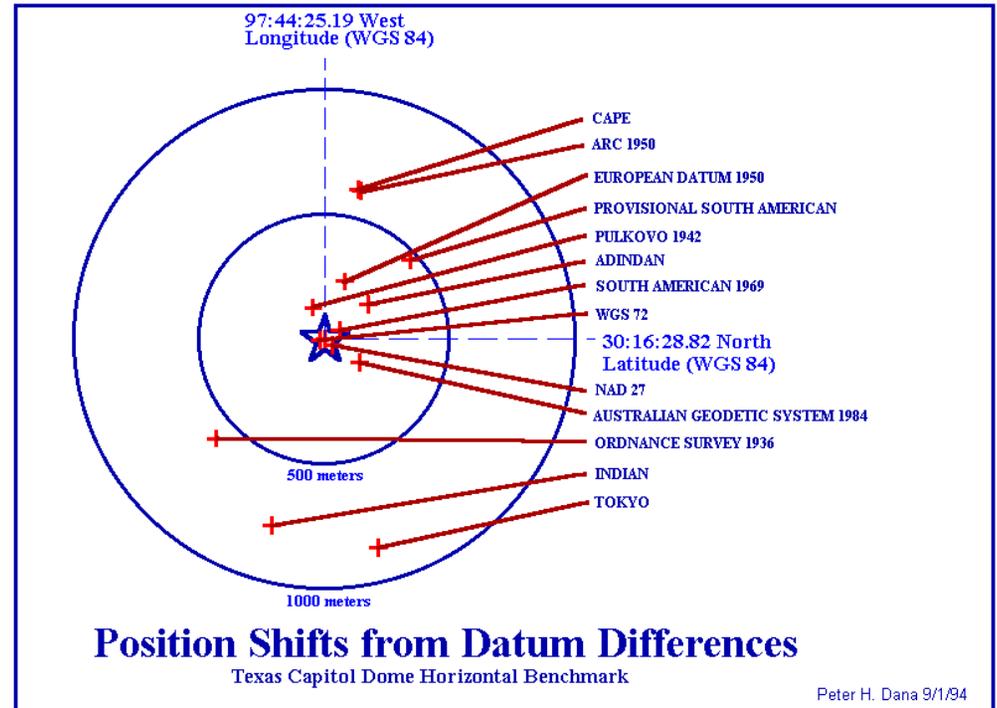
- Global:
  - World Geodetic System (WGS):
  - Basé sur l'ellipsoïde qui s'ajuste le mieux au géoïde à l'échelle globale
  - Origine = centre de masse de la Terre
- Autres, globaux ou régionaux:
  - Meilleur ajustement à un géoïde local, par exemple pour un pays particulier
  - Pas nécessairement géocentriques
- Latitude, longitude et hauteur pour un point données seront différentes si des ellipsoïdes de référence différents sont utilisés.



# Ellipsoïdes de référence

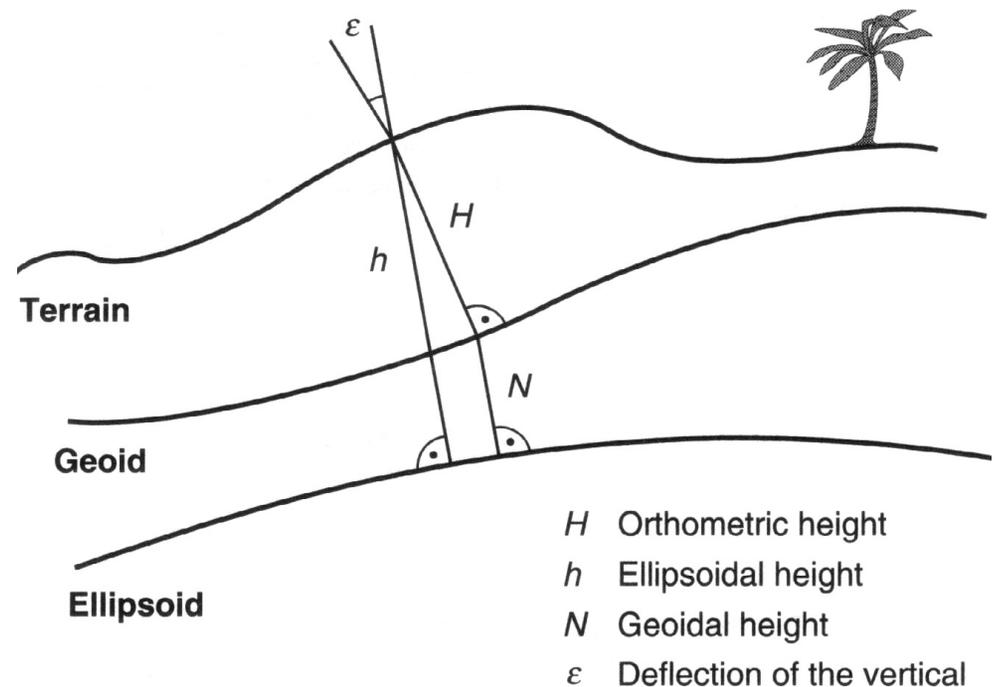
- « Datum » définis par =
  1. La taille et la forme de la Terre, approximée par un ellipsoïde = semi grand axe  $a$  et aplatissement  $f$ .
  2. La translation de son origine par rapport au centre de masse de la Terre ( $t_x, t_y, t_z$ )
- De très nombreux datums ont été définis.
- Conversion entre datums:
  - Translation
  - 3 rotations (généralement très petits angles)
  - 1 facteur d'échelle
- Attention aux différences de coordonnées entre datums différents...

Name	Date	a (m)	b (m)	Use
Everest	1830	6377276	6356079	India, Burma, Sri Lanka
Bessel	1841	6377397	6356079	Central Europe, Chile, Indonesia
Airy	1849	6377563	6356257	Great britain
Clarke	1866	6378206	6356584	North America, Philippines
Clarke	1880	6378249	6356515	France, Africa (parts)
Helmert	1907	6378200	6256818	Africa (parts)
International (or Hayford)	1924	6378388	6356912	World
Krasovsky	1940	6378245	6356863	Russia, Eastern Europe
GRS80	1980	6378137	6356752	North America
WGS84	1984	6378137	6356752	World (GPS measurements)



# Systeme de référence vertical

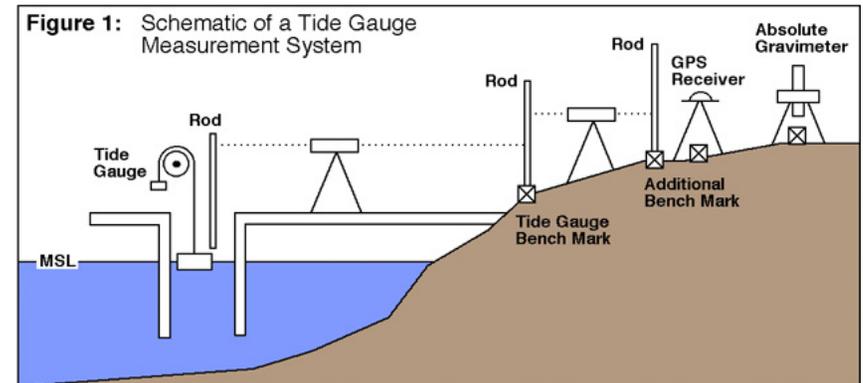
- Hauteurs conventionnellement mesurées par rapport a une surface équipotentielle coïncidant avec le niveau moyen des mers = « le » géoïde
- Cartes topographiques: hauteurs par rapport au niveau moyen des mers = hauteurs orthométriques ( $H$ ).
- Hauteur par rapport à un ellipsoïde de référence (par ex. par GPS) = hauteur ellipsoïdale ( $h$ ).
- Différence entre  $h$  et  $H$  = hauteur du géoïde ( $N$ ).
- Angle entre la normale à l'ellipsoïde et la normale au géoïde = déflexion de la verticale
- La transformation de hauteur ellipsoïdales (GPS) à orthométriques (cartes) requiert de connaître la hauteur du géoïde.



$$\Rightarrow h \sim H + N$$

# Accès au système de référence vertical

- Niveau moyen des mers mesuré par marégraphes
- Hauteur orthométrique mesurée de proche en proche par nivellement
- Mais: le niveau moyen des mers ne coïncide pas avec la même équipotentielle de pesanteur partout dans le monde => différence de référence de hauteur entre pays...
- Peut donner lieu à des incohérences aux frontières...



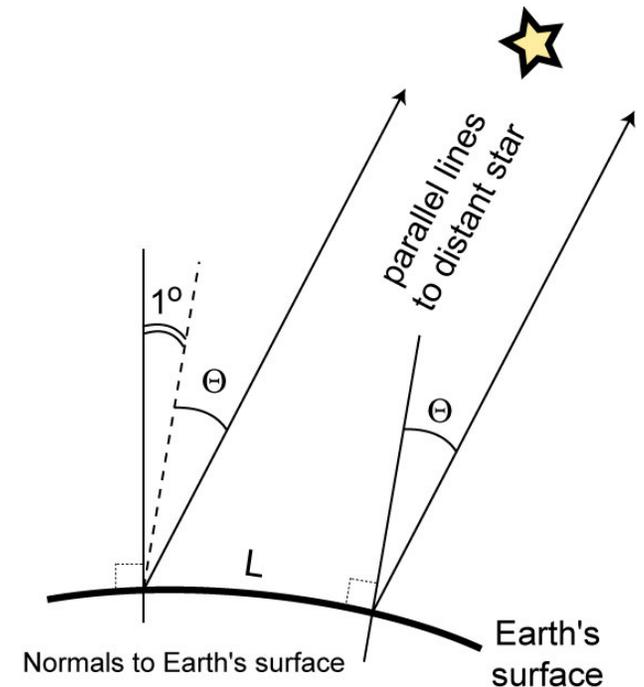
Tide gauges => relative sea level, i.e. w.r.t. Earth crust, but crust may move vertically w.r.t. geocenter... => GPS measurements at tide gauges can be used to measure “absolute” sea level



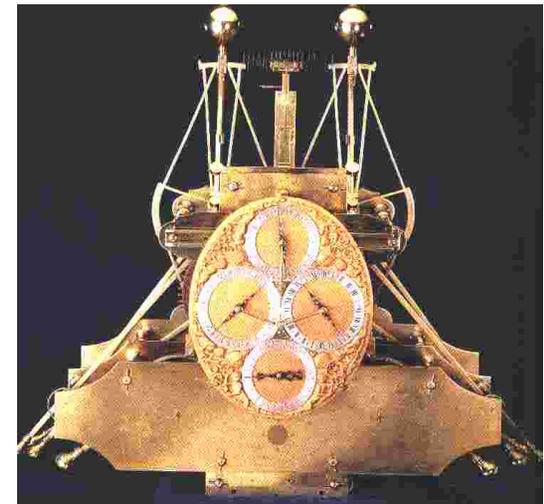
Fragment of the Dutch topo map showing the border of Belgium and the Netherlands. The Mean Sea Level of Belgium differ -2.34m from the MSL of The Netherlands. As a result , contour lines are abruptly ending at the border (<http://www.kartografie.nl>).

# Accès au système de référence horizontal

- Latitudes:
  - Angle zénithal du soleil à midi (après correction de la déclinaison de l'axe de rotation de la Terre)
  - Corollaire: longueur d'un degré de méridien en mesurant l'angle zénithal à une étoile distance.
- Longitudes:
  - Plus difficile que latitude
  - Utilisation de la rotation de la Terre (360 degrés par jour): longitude = heure locale – heure a site de référence
  - Heure locale: midi = élévation max. du soleil
  - Heure au site de référence: il faut transporter une horloge...



L = length of 1 degree of meridian

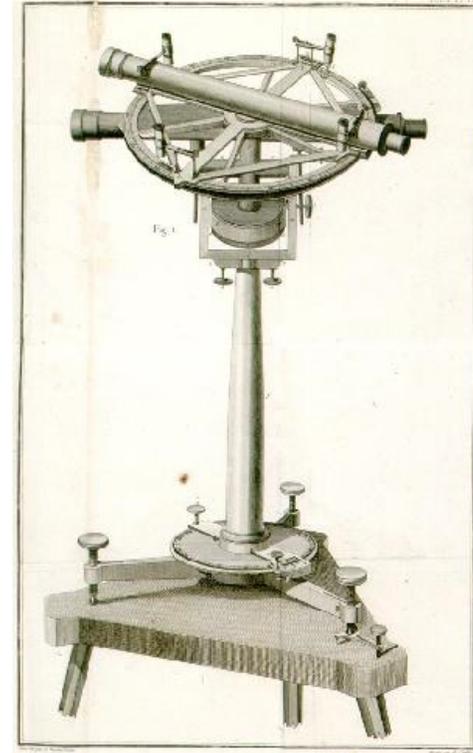


The H1 chronograph (Harrison, 1737)

# Mesures géodésiques terrestres



- Partant d'un point de position connue, on mesure:
  - Des angles = triangulation, avec des théodolites
  - Des distances = trilatération, avec des mètres, plus récemment des lasers
- De proche en proche, par le calcul, on peut déterminer les positions relatives – donc les coordonnées - des points mesurés et visés.
- Seule méthode jusque dans les années 1970.



# Mesures géodésiques terrestres

- Triangulation
  - Mesure optique d'angles horizontaux avec un théodolite
  - Précision  $\sim 10^{-4}$  degrés  $\Rightarrow \sim 10$  mm à 10 km
- Trilatération:
  - Mesures optiques de distances, maintenant avec laser tirant sur coin cube
  - Précision  $\sim 1$  ppm  $\Rightarrow \sim 10$  mm à 10 km
- Erreurs et limites de la méthode:
  - Mise en station
  - Réfraction atmosphérique
  - Inter visibilité impérative
  - Demande beaucoup de temps et de main d'oeuvre



Two-color EDM in operation at Parkfield, California

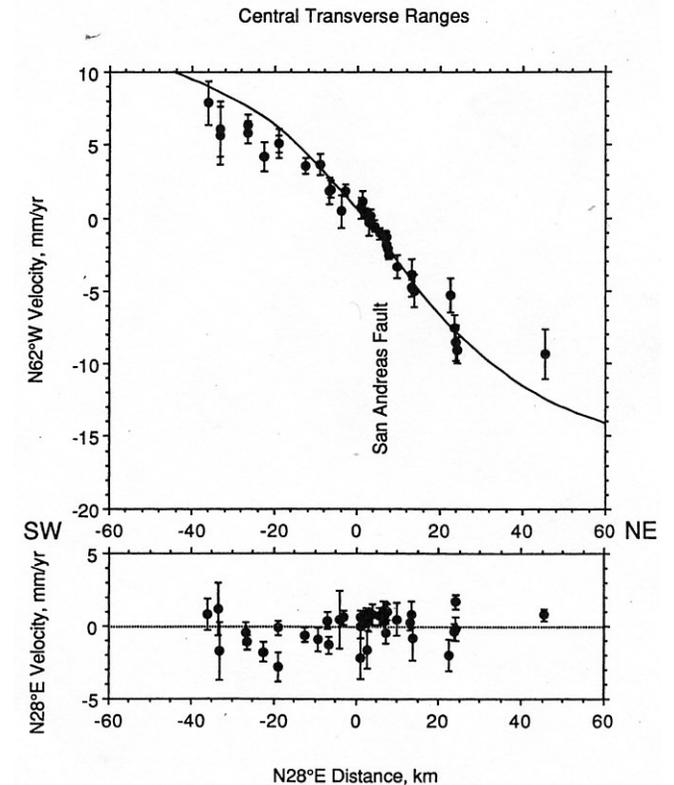
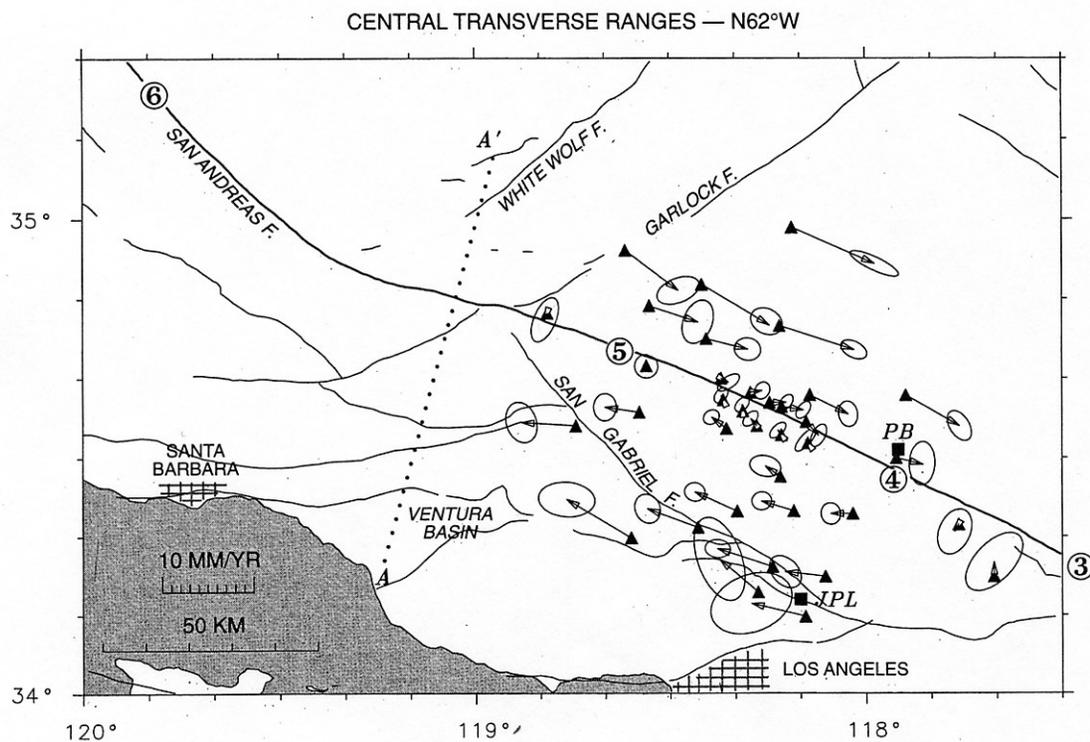
Triangulation measurements on Mt St Helens



USGS

USGS Photo by P.W. Lipman, April 27, 1980

# Application géophysique



Des mesures de triangulation répétées dans le temps dans la région de Los Angeles (Lisowski et al., 1991) permettent de déterminer les mouvements crustaux de part de d'autre de la faille de San Andreas.